Exercices Fiche 1

Exercice 1

Dans une ville, 35% des personnes utilisent les transports en commun chaque jour. On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes utilisant les transports en commun dans un échantillon de 300 personnes de cette ville.
1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion des personnes utilisant chaque jour les transports en commun dans un échantillon de 300 personnes de cette ville.

Exercice 2

Dans une école de musique, 15% des élèves ont choisi le saxophone. On choisit, au hasard et indépendamment, 70 élèves de cette école.
A l'aide d'une calculatrice, déterminer l'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion des élèves qui ont choisi le saxophone dans un échantillon de 70 élèves de l'école.

Exercice 3

On lance 253 fois de suite une pièce de monnaie. On note X la variable aléatoire égale au nombre de PILE obtenus.
1. 1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2. En lançant 253 fois la pièce, on a obtenu 102 fois PILE. Au seuil de 5%, que peut-on dire de l'hypothèse selon laquelle cette pièce n'est pas truquée?

Exercice 4

Dans un hypermarché, les résultats d'une enquête indique que 83% des clients sont très satisfaits de l'accueil.
On interroge au hasard 20 clients. Parmi ces 20 clients, 14 se déclarent très satisfaits de l'accueil. Que peut-on penser des résultats de l'enquête?

CORRECTION

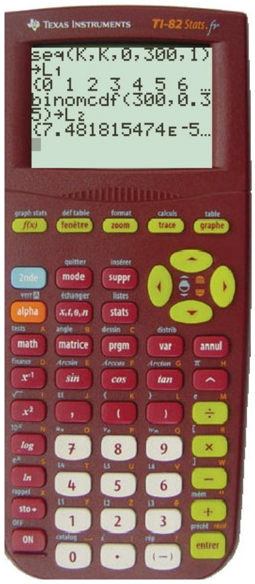
Exercice 1

Dans une ville, 35% des personnes utilisent les transports en commun chaque jour. On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes utilisant les transports en commun dans un échantillon de 300 personnes de cette ville.
1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2. A l'aide de la calculatrice, déterminer l'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion des personnes utilisant chaque jour les transports en commun dans un échantillon de 300 personnes de cette ville.

1. On demande à une personne si elle utilise les transports en commun chaque jour. Il y a deux issues possibles:
Le succès que l'on note S avec $p(S)=0{,}35$
L'échec que l'on note $\overline{S}$ avec $p(\overline{S})=1-0{,}35=0{,}65$
Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0{,}35$.

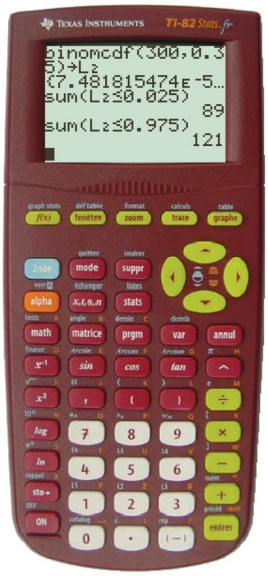
On répète 300 fois cette épreuve de Bernoulli.
La variable aléatoire X égale au nombre de personnes utilisant les transports en commun dans un échantillon de 300 personnes de cette ville suit donc la loi binomiale de paramètres $n=300$ et $p=0{,}35$: $\mathcal{B}(300;0{,}35)$.

2.
Première étape: on construit la table des des probabilités cumulées de X .



Deuxième étape: Recherche de a et b

a est le plus petit entier tel que $p(X\leqslant a)>0{,}025$.
b est le plus petit entier tel que $p(X\leqslant b)\geqslant 0{,}975$.



a=89
b=121

<u>Troisième étape:</u> Recherche de l'intervalle $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]$.

$$\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{89}{300};\frac{121}{300}\right]\approx[0{,}30\,;0{,}40]$$

L'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion des personnes utilisant chaque jour les transports en commun dans un échantillon de 300 personnes de cette ville est environ [0,30;0,40].

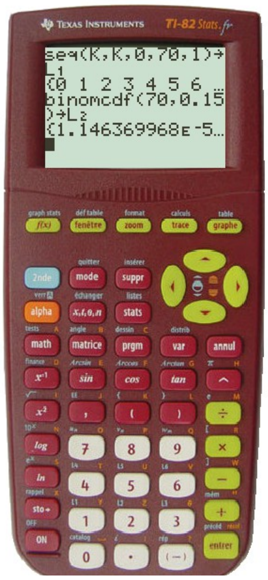
Exercice 2

Dans une école de musique, 15% des élèves ont choisi le saxophone. On choisit, au hasard et indépendamment, 70 élèves de cette école.
A l'aide d'une calculatrice, déterminer l'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion des élèves qui ont choisi le saxophone dans un échantillon de 70 élèves de l'école.

On demande à un élève de l'école de musique si il a choisit le saxophone comme instrument. Il y a deux issues possibles:
Le succès que l'on note S avec $p(S)=0{,}15$
L'échec que l'on note $\overline{S}$ avec $p(\overline{S})=1-0{,}15=0{,}85$
Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0{,}15$.

On répète 70 fois cette épreuve de Bernoulli.
On note X la variable aléatoire X égale au nombre d'élèves ayant choisi comme instrument le saxophone dans un échantillon de 700 élèves. X suit donc la loi binomiale de paramètres $n=70$ et $p=0{,}15$: $\mathcal{B}$(70;0,15).

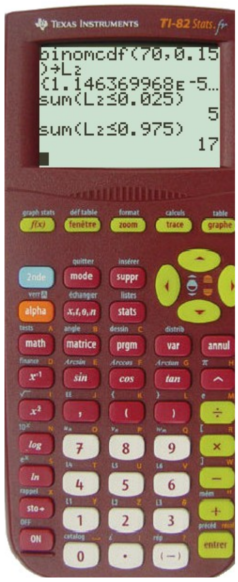
Première étape: on construit la table des des probabilités cumulées de X .



Deuxième étape: Recherche de a et b

a est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant a) > 0{,}025$.
b est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$.

a=5
b=17



Troisième étape: Recherche de l'intervalle $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]$.

$$\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{5}{70};\frac{17}{70}\right]\approx[0{,}07;0{,}24]$$

L'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion des élèves qui ont choisi le saxophone dans un échantillon de 70 élèves de l'école est environ [0,07;0,24].

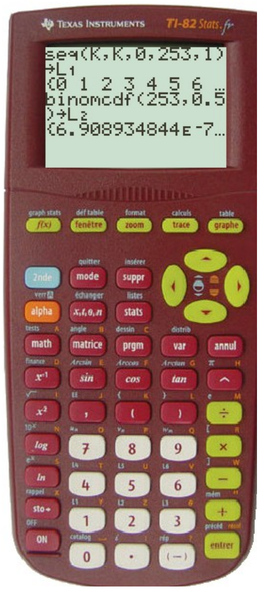
Exercice 3

On lance 253 fois de suite une pièce de monnaie. On note X la variable aléatoire égale au nombre de PILE obtenus.
1. 1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ?
2. En lançant 253 fois la pièce, on a obtenu 102 fois PILE. Au seuil de 5%, que peut-on dire de l'hypothèse selon laquelle cette pièce n'est pas truquée?

1.
On lance une pièce de monnaie. Il y a deux issues possibles:
Le succès que l'on note S avec $p(S)=0{,}5$
L'échec que l'on note $\overline{S}$ avec $p(\overline{S})=1-0{,}5=0{,}5$
Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0{,}5$.

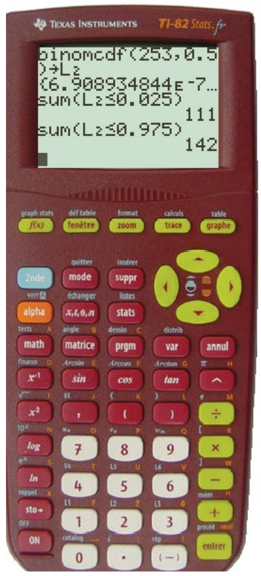
On répète 253 fois cette épreuve de Bernoulli.
La variable aléatoire X est égale au nombre de PILE obtenus. X suit donc la loi binomiale de paramètres $n=253$ et $p=0{,}5$: $\mathcal{B}(253;0{,}5)$.

2.
<u>Première étape:</u> on construit la table des des probabilités cumulées de X .



<u>Deuxième étape:</u> Recherche de a et b

a est le plus petit entier tel que $p(X\leqslant a)>0{,}025$.
b est le plus petit entier tel que $p(X\leqslant b)\geqslant 0{,}975$.



a=111
b=142

<u>Troisième étape:</u> Recherche de l'intervalle $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]$.

$$\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{111}{253};\frac{142}{253}\right]\approx[0{,}44;0{,}56]$$

L'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion du nombre de PILE obtenu est environ [0,44;0,56].

<u>Quatrième étape:</u> On regarde si la fréquence observée fait partie ou non de l'intervalle.

$$f=\frac{102}{253}\approx 0{,}40$$

f n'appartient pas à l'intervalle.
Au seuil de risque de 5%, on rejette l'hypothèse selon laquelle cette pièce n'est pas truquée.

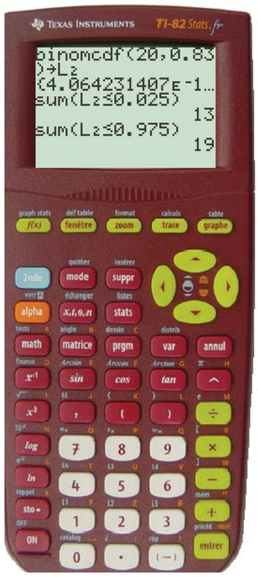
Exercice 4

Dans un hypermarché, les résultats d'une enquête indique que 83% des clients sont très satisfaits de l'accueil. On interroge au hasard 20 clients. Parmi ces 20 clients, 14 se déclarent très satisfaits de l'accueil. Que peut-on penser des résultats de l'enquête?

On interroge au hasard un client en lui demandant si il est très satisfait de l'accueil de l'hypermarché. Il y a deux issues possibles:
Le succès que l'on note S avec $p(S)=0{,}83$
L'échec que l'on note $\overline{S}$ avec $p(\overline{S})=1-0{,}83=0{,}17$
Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0{,}83$.

On répète 20 fois cette épreuve de Bernoulli.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de clients très satisfait de l'accueil. X suit donc la loi binomiale de paramètres $n=20$ et $p=0{,}83$: $\mathscr{B}(20;0{,}83)$.

<u>Première étape:</u> on construit la table des des probabilités cumulées de X.



Deuxième étape: Recherche de a et b

a est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant a) > 0{,}025$.
b est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$.

a=13
b=19

Troisième étape: Recherche de l'intervalle $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]$.

$$\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{13}{20};\frac{19}{20}\right]=[0{,}65;0{,}95]$$

L'intervalle de fluctuation à 95% de clients très satisfaits est [0,65;0,95].

Quatrième étape: On regarde si la fréquence observée fait partie ou non de l'intervalle.

$f=\frac{14}{20}=0{,}70$
f appartient à l'intervalle.
Au seuil de risque de 5%, on ne rejette pas l'hypothèse selon laquelle 83% des clients sont très satisfaits de l'accueil.