Exercices Fiche 2

Exercice 1

Une étude sur l'achat d'un médicament dans un grand nombre de pharmacies a montré que, sur 500 achats répertoriés, 10% d'entre eux étaient faits sans ordonnance.
On appelle X la variable aléatoire qui associe à chaque échantillon de 500 achats choisis au hasard et de façon indépendante le nombre d'achats faits sans ordonnance.
1. Quelle est la loi suivie par X?
2. Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion d'achats faits sans ordonnance dans un échantillon de taille 500.

Exercice 2

Après une enquête auprès des internautes, un site internet affirme que 59% des utilisateurs sont satisfaits de la présentation du site.
On interroge 200 utilisateurs: 102 déclarent être satisfaits de la présentation de ce site.
Peut-on mettre en doute, au seuil de 5%, les résultats de l'enquête?

Exercice 3

Une étude menée en 2008 dans une région révélait que 46% des touristes préféraient se loger à l'hôtel ou en chambre d'hôte. En 2009, 2010 et 2011, lors d'un sondage sur, respectivement 250, 180 et 150 personnes, on a compté 119, 99 et 85 touristes préférant ces modes d'hébergement. On suppose que les proportions de touristes préférant l'hôtel et les chambres d'hôte sont restées les mêmes de 2008 à 2011. On note X, Y, Z les variables aléatoires égales au nombre de touristes ayant choisi ce mode d'hébergement dans les échantillons de 2009, 2010, 2011. On se demande si le choix du mode d'hébergement a évolué.
1. Préciser les lois suivies par X, Y, Z .
2. Déterminer les intervalles de fluctuations à 95% de la fréquence correspondant aux variables aléatoires X, Y, Z .
3. En calculant les fréquences observées en 2009, 2010 et 2011, conclure sur l'évolution de l'hébergement à l'hôtel et en chambres d'hôte dans cette région entre 2008 et 2011.

CORRECTION

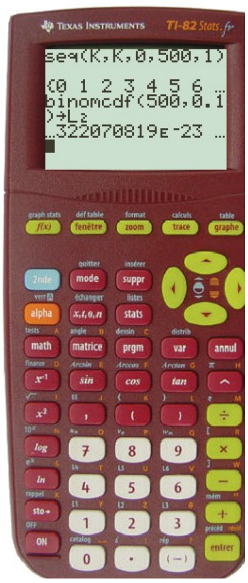
Exercice 1

Une étude sur l'achat d'un médicament dans un grand nombre de pharmacies a montré que, sur 500 achats répertoriés, 10% d'entre eux étaient faits sans ordonnance.
On appelle X la variable aléatoire qui associe à chaque échantillon de 500 achats choisis au hasard et de façon indépendante le nombre d'achats faits sans ordonnance.
1. Quelle est la loi suivie par X?
2. Déterminer l'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion d'achats faits sans ordonnance dans un échantillon de taille 500.

1. On étudie dans un grand nombre de pharmacies les achats et on s'interroge s'il s'agit d'un achat fait sans ordonnance. Il y a deux issues possibles:
Le succès que l'on note S avec $p(S)=0,1$
L'échec que l'on note $\overline{S}$ avec $p(\overline{S})=1-0,1=0,9$
Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0,1$.

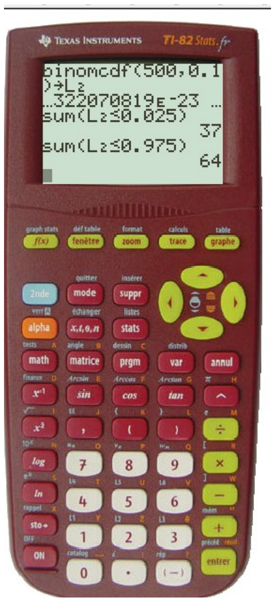
On répète 500 fois cette épreuve de Bernoulli.
La variable aléatoire X associe à chaque échantillon de 500 achats choisis au hasard et de façon indépendante le nombre d'achats faits sans ordonnance, X suit donc la loi binomiale de paramètres $n=500$ et $p=0,1$: $\mathscr{B}(500;0,1)$.

2.
Première étape: on construit la table des des probabilités cumulées de X .



Deuxième étape: Recherche de a et b

a est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant a) > 0,025$.
b est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant b) \geqslant 0,975$.



a=37

b=64

<u>Troisième étape:</u> Recherche de l'intervalle $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]$.

$$\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{37}{500};\frac{64}{500}\right]=[0{,}074;0{,}128]$$

L'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion d'achats faits sans ordonnance dans un échantillon de taille 500 est [0,074;0,128].

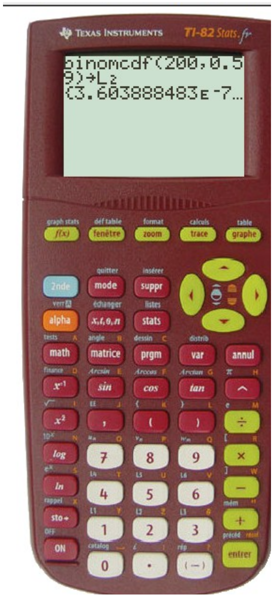
Exercice 2

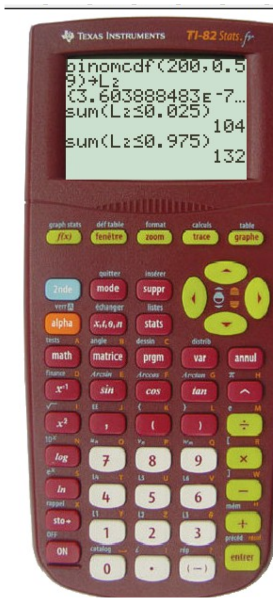
Après une enquête auprès des internautes, un site internet affirme que 59% des utilisateurs sont satisfaits de la présentation du site.
On interroge 200 utilisateurs: 102 déclarent être satisfaits de la présentation de ce site.
Peut-on mettre en doute, au seuil de 5%, les résultats de l'enquête?

On demande à 200 internautes si ils sont satisfaits de la présentation du site. Il y a deux issues possibles:
Le succès que l'on note S avec $p(S)=0{,}59$
L'échec que l'on note $\overline{S}$ avec $p(\overline{S})=1-0{,}59=0{,}41$
Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0{,}41$.

On répète 200 fois cette épreuve de Bernoulli.
On note X la variable aléatoire égale au nombre d'utilisateurs satisfaits de la présentations obtenus. X suit donc la loi binomiale de paramètres $n=200$ et $p=0{,}59$: $\mathscr{B}$(200;0,59).

<u>Première étape:</u> on construit la table des des probabilités cumulées de X.





Deuxième étape: Recherche de a et b

a est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant a) > 0{,}025$.
b est le plus petit entier tel que $p(X \leqslant b) \geqslant 0{,}975$.

a=104
b=132

Troisième étape: Recherche de l'intervalle $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]$.

$$\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{104}{200};\frac{132}{200}\right]\approx[0{,}52;0{,}66]$$

L'intervalle de fluctuation à 95% de la proportion du nombre de clients satisfaits de la présentation du site obtenu est [0,52;0,66].

Quatrième étape: On regarde si la fréquence observée fait partie ou non de l'intervalle.

$$f=\frac{102}{200}=0{,}51$$

f n'appartient pas à l'intervalle.
Au seuil de risque de 5%, on peut mettre en doute les résultats de l'enquête.

Exercice 3

Une étude menée en 2008 dans une région révélait que 46% des touristes préféraient se loger à l'hôtel ou en

chambre d'hôte. En 2009, 2010 et 2011, lors d'un sondage sur, respectivement 250, 180 et 150 personnes, on a compté 119, 99 et 85 touristes préférant ces modes d'hébergement. On suppose que les proportions de touristes préférant l'hôtel et les chambres d'hôte sont restées les mêmes de 2008 à 2011. On note X, Y, Z les variables aléatoires égales au nombre de touristes ayant choisi ce mode d'hébergement dans les échantillons de 2009, 2010, 2011. On se demande si le choix du mode d'hébergement a évolué.
1. Préciser les lois suivies par X, Y, Z .
2. Déterminer les intervalles de fluctuations à 95% de la fréquence correspondant aux variables aléatoires X, Y, Z .
3. En calculant les fréquences observées en 2009, 2010 et 2011, conclure sur l'évolution de l'hébergement à l'hôtel et en chambres d'hôte dans cette région entre 2008 et 2011.

1.
On demande à 250 touristes si ils préfèrent se loger à l'hôtel ou en chambre d'hôte. Il y a deux issues possibles:
Le succès que l'on note S avec $p(S)=0{,}46$
L'échec que l'on note $\overline{S}$ avec $p(\overline{S})=1-0{,}46=0{,}54$
Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli de paramètre $p=0{,}46$.

On répète 250 fois cette épreuve de Bernoulli.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de touristes ayant choisi ce mode d'hébergement en 2009. X suit donc la loi binomiale de paramètres $n=250$ et $p=0{,}46$: $\mathcal{B}(250;0{,}46)$.

De même,
Y suit donc la loi binomiale de paramètres $n=180$ et $p=0{,}46$: $\mathcal{B}(180;0{,}46)$.
Z suit donc la loi binomiale de paramètres $n=150$ et $p=0{,}46$: $\mathcal{B}(150;0{,}46)$.

2.
Pour la variable aléatoire X $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{100}{250};\frac{130}{250}\right]=[0{,}4;0{,}52]$

Pour la variable aléatoire Y $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{70}{180};\frac{96}{180}\right]\approx[0{,}39;0{,}53]$

Pour la variable aléatoire Z $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]=\left[\frac{57}{150};\frac{81}{150}\right]=[0{,}38;0{,}54]$

3.
$f_1=\frac{119}{250}=0{,}476$

$f_2=\frac{99}{180}=0{,}55$

$f_3=\frac{85}{150}\approx 0{,}57$

Les fréquences f_2 et f_3 n'appartiennent pas aux intervalles.
Au seuil de risque de 5%, on peut mettre en doute l'hypothèse que les proportions de touristes préférant l'hôtel et les chambres d'hôte sont restées les mêmes de 2008 à 2011.

