Exercices fiche 1

Exercice 1 Répétition d'expériences identiques et indépendantes.

Pour aller a un stage, Lucie a 3 moyens de transports à sa disposition: la voiture, le vélo et la marche à pied. Elle choisit le matin la voiture avec une probabilité de 0,7 et le vélo avec une probabilité de 0,2. Chaque jour, son choix ne dépend pas de celui des autres jours.
Lucie a 3 jours de stage.
On notera:
V_1 l'événement: «choisir la voiture »
V_2 l'événement: «choisir le vélo »
P l'événement: « choisir la marche à pied »
1. Représenter par un arbre le choix de Lucie sur les 3 jours.
2. Quelle est la probabilité de choisir $(V_1 ; V_2 ; P)$.

Exercice 2 Loi binomiale.

Un vendeur vend 4 téléviseurs LCD garanties 2 ans. La probabilité qu'un téléviseur présente des problèmes pendant la période de garantie est 0,06. Tous les téléviseurs ont la même probabilité de présenter des problèmes pendant la période de garantie indépendamment les uns des autres.
On note:
P l'événement: « le téléviseur a un problème pendant la période de garantie ».
On note X la variable aléatoire égale au nombre de téléviseurs qui ont un problème de fonctionnent pendant la période de garantie parmi ses 4 téléviseurs.
1. Représenter par un arbre la situation.
2. Écrire la loi de probabilité de X.
3. Calculer E(X).

Exercice 3 Loi binomiale.

Dans une urne, il y a 7 boules rouges et 3 boules vertes. Agathe tire une boule, note sa couleur, puis la remet dans l'urne. Elle va ainsi tirer successivement 3 boules.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes obtenues.
1. Reconnaître la loi de probabilité suivie par X et donner ses paramètres. Indiquer l'ensemble des valeurs prises par X.
2. Représenter par un arbre la situation.
3. Calculer P(X=2) et P(X=3).

Exercice 4 QCM et loi binomiale.

Un professeur donne un QCM composé de 3 questions à ses élèves. Il leur propose 2 réponses: l'une est juste et l'autre est fausse.

On note:

J l'événement: « donner une réponse juste »

F l'événement: « donner une réponse fausse ».

On considère qu'un élève répond au hasard et ne se préoccupe pas des réponses précédentes.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de réponses justes.

1. Représenter par un arbre la situation.

2. Reconnaître la loi de probabilité suivie par X et donner ses paramètres.

Calculer la probabilité d'avoir exactement 2 réponses justes.

3. Calculer la probabilité d'avoir au moins 2 réponses justes.

Désormais, le professeur propose un QCM de 20 questions. Il décide de donner 1 point pour une réponse juste et d'enlever 0,5 point pour une réponse fausse.

On appelle X la variable aléatoire qui donne la note obtenue par un élève.

4.Reconnaître la loi de probabilité suivie par X et donner ses paramètres.

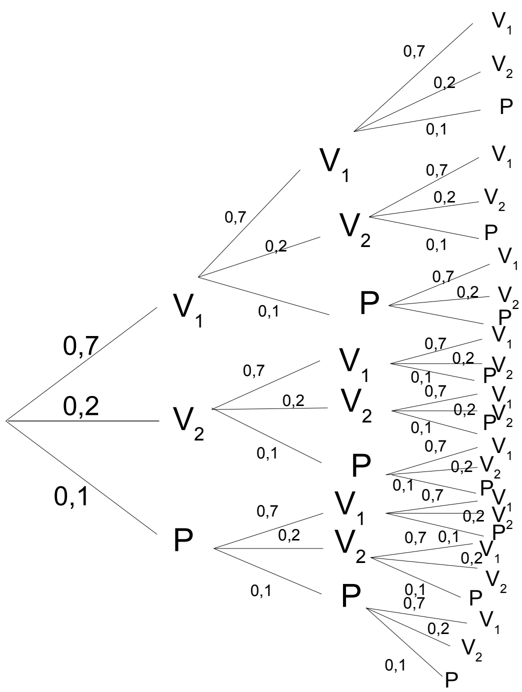
5. Quel note peut espérer un élève.

CORRECTION

Exercice 1 Répétition d'expériences identiques et indépendantes.

Pour aller a un stage, Lucie a 3 moyens de transports à sa disposition: la voiture, le vélo et la marche à pied. Elle choisit le matin la voiture avec une probabilité de 0,7 et le vélo avec une probabilité de 0,2. Chaque jour, son choix ne dépend pas de celui des autres jours.
Lucie a 3 jours de stage.
On notera:
V_1 l'événement: «choisir la voiture »
V_2 l'événement: «choisir le vélo »
P l'événement: « choisir la marche à pied »
1. Représenter par un arbre le choix de Lucie sur les 3 jours.
2. Quelle est la probabilité de choisir $(V_1; V_2; P)$.

1.



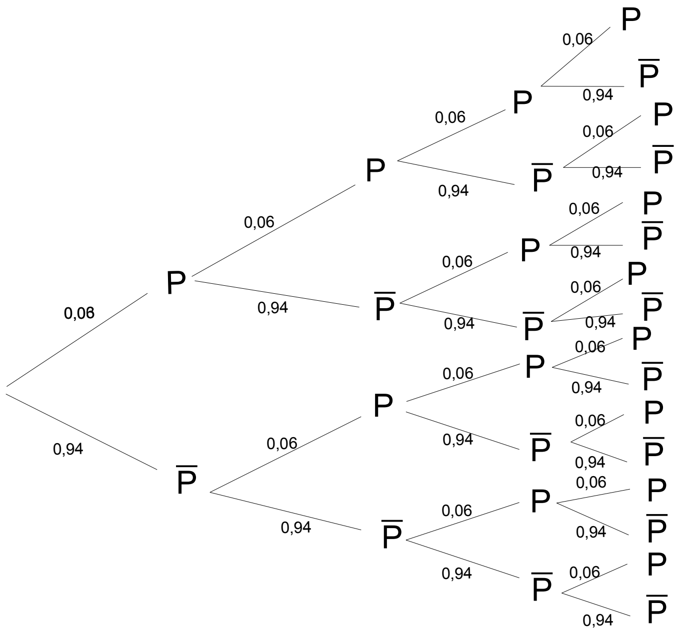
2. $p=0,7\times0,2\times0,1=0,014$
La probabilité de choisir $(V_1; V_2; P)$ est 0,014.

Exercice 2 Loi binomiale.

Un vendeur vend 4 téléviseurs LCD garanties 2 ans. La probabilité qu'un téléviseur présente des problèmes pendant la période de garantie est 0,06. Tous les téléviseurs ont la même probabilité de présenter des problèmes pendant la période de garantie indépendamment les uns des autres.
On note:
P l'événement: « le téléviseur a un problème pendant la période de garantie ».
On note X la variable aléatoire égale au nombre de téléviseurs qui ont un problème de fonctionnent pendant la période de garantie parmi ses 4 téléviseurs.

1. Représenter par un arbre la situation.
2. Écrire la loi de probabilité de X.
3. Calculer E(X).

1.



2. L'ensemble des valeurs prises par X est {0;1;2;3;4}

La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres n=4 et p=0,06

$$P(X=0)=\binom{4}{0}\times 0,06^0\times 0,94^4\approx 0,781$$

$$P(X=1)=\binom{4}{1}\times 0,06^1\times 0,94^3\approx 0,199$$

$$P(X=2)=\binom{4}{2}\times 0,06^2\times 0,94^2\approx 0,019$$

$$P(X=3)=\binom{4}{3}\times 0,06^3\times 0,94^1\approx 0,0008$$

$$P(X=4)=\binom{4}{4}\times 0,06^4\times 0,94^0\approx 0,00001$$

x_i	0	1	2	3	4
p_i	0,781	0,199	0,019	0,0008	0,00001

3. $E(X)=n\times p=4\times 0,06=0,24$

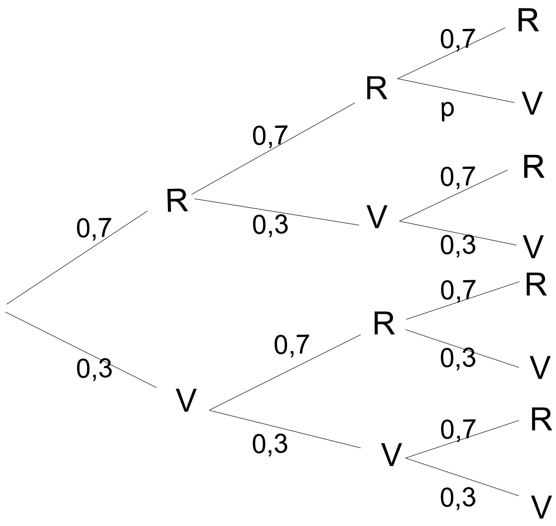
Exercice 3 — Loi binomiale.

Dans une urne, il y a 7 boules rouges et 3 boules vertes. Agathe tire une boule, note sa couleur, puis la remet dans l'urne. Elle va ainsi tirer successivement 3 boules.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules vertes obtenues.
1. Reconnaître la loi de probabilité suivie par X et donner ses paramètres. Indiquer l'ensemble des valeurs prises par X.
2. Représenter par un arbre la situation.
3. Calculer P(X=2) et P(X=3).

1. La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres n=3 et p=0,3.

L'ensemble des valeurs prises par X est {0;1;2;3}

2.



3.

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\times 0{,}3^2\times 0{,}7^1=0{,}084$$

$$P(X=3)=\binom{3}{3}\times 0{,}3^3\times 0{,}7^0=0{,}027$$

Exercice 4 — QCM et loi binomiale.

Un professeur donne un QCM composé de 3 questions à ses élèves. Il leur propose 2 réponses: l'une est juste et l'autre est fausse.

On note:

J l'événement: « donner une réponse juste »

F l'événement: « donner une réponse fausse ».

On considère qu'un élève répond au hasard et ne se préoccupe pas des réponses précédentes.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de réponses justes.

1. Représenter par un arbre la situation.

2. Reconnaître la loi de probabilité suivie par X et donner ses paramètres.

Calculer la probabilité d'avoir exactement 2 réponses justes.

3. Calculer la probabilité d'avoir au moins 2 réponses justes.

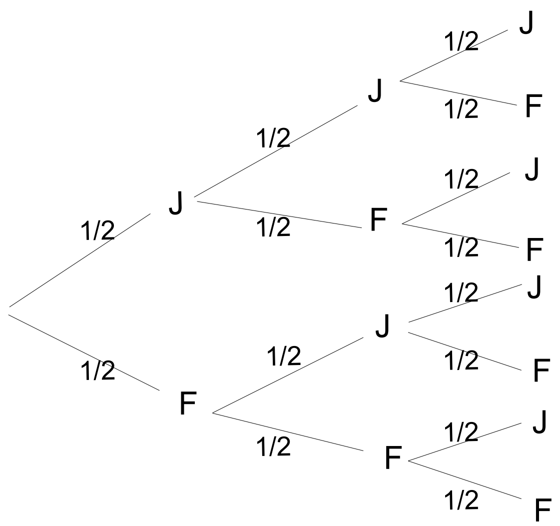
Désormais, le professeur propose un QCM de 20 questions. Il décide de donner 1 point pour une réponse juste et d'enlever 0,5 point pour une réponse fausse.

On appelle X la variable aléatoire qui donne la note obtenue par un élève.

4.Reconnaître la loi de probabilité suivie par X et donner ses paramètres.

5. Quel note peut espérer un élève.

1.



2. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de réponses justes.

La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres n=3 et p=0,5.

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\times 0{,}5^2\times 0{,}5^1=0{,}375$$

La probabilité d'avoir exactement 2 réponses justes est 0,375.

3. $P(X=3)=\binom{3}{3}\times 0{,}5^3\times 0{,}5^0=0{,}125$

0,375+0,125=0,5

La probabilité d'avoir au moins 2 réponses justes est 0,5.

4.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de réponses justes.
La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres n=20 et p=0,5.

$$E(X)=n\times p$$

$$E(X)=20\times 0{,}5=10$$

Un élève peut espérer avoir 10 réponses justes donc aussi 10 réponses fausses. Il aura donc $10\times 1-10\times 0{,}5=5$

