Exercices Fiche 1

Exercice 1:

Résoudre les équations suivantes:

$-x^2+2x-10=0$

$2x^2-3x-5=0$

$9x^2-12x+4=0$

Exercice 2:

Résoudre les inéquations suivantes:

$2x^2-3x-5<0$

$(x^2-2x-3)(x^2+2x+2)\geqslant 0$

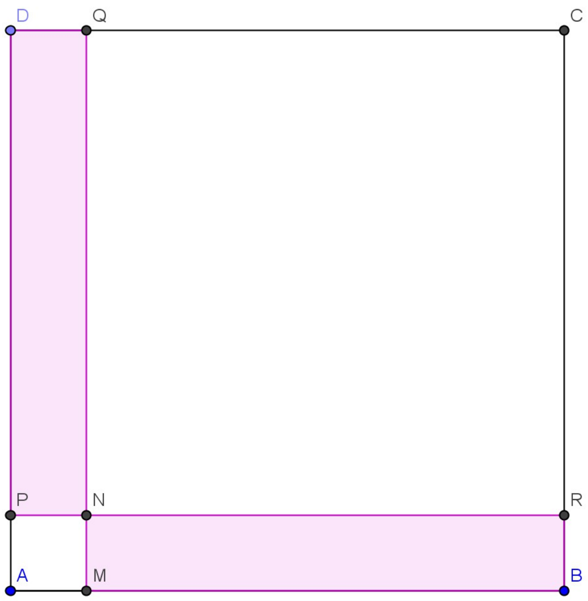
$\dfrac{-2x^2-3x+20}{x^2+3x-5}<0$

Exercice 3:

Le triangle de côtés $a=6$, $b=8$ et $c=12$ n'est pas rectangle.
Peut-on, en ajoutant une même longueur x à ses trois côtés, obtenir un triangle rectangle ?

Exercice 4:

Soit le rectangle ABCD tel que AB = 8 et BC = 10. Soit un point M appartenant au segment [AB]. On pose AM = x . Soit le point P appartenant au segment [AD], le point Q appartenant au segment [CD], le point R appartenant au segment [BC] tels que AMNP est un carré, MNRB est un rectangle et PNQB est un rectangle.



On considère l'aire violette, constituée de l'aire des rectangles MNRB et NQDP.
Quel est le maximum de l'aire $v(x)$ colorée en violet et pour quelle valeur de x est-il atteint ?

CORRECTION

Exercice 1:

Résoudre les équations suivantes:

$-x^2+2x-10=0$

$\Delta=2^2-4\times(-1)\times(-10)=4-40=-36$

L'équation n'a pas de solution.

$2x^2-3x-5=0$

$\Delta=(-3)^2-4\times2\times(-5)=9+40=49$

L'équation a deux solutions:

$$x_1=\frac{3-\sqrt{49}}{2\times2}=-\frac{4}{4}=-1$$

$$x_2=\frac{3+\sqrt{49}}{2\times2}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}=2{,}5$$

$9x^2-12x+4=0$

$\Delta=(-12)^2-4\times9\times4=144-144=0$

L'équation admet une unique solution:

$$x_0=\frac{12}{2\times9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

Exercice 2:

Résoudre les inéquations suivantes:

$2x^2-3x-5<0$

$\Delta=(-3)^2-4\times2\times(-5)=9+40=49$

D'où:

$$x_1=\frac{3-7}{4}=-1$$

$$x_2=\frac{3+7}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}=2{,}5$$

D'où le tableau de signes suivant:

x	$-\infty$		-1		$2{,}5$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

S=]-1;2,5[

$(x^2-2x-3)(x^2+2x+2)\geqslant0$

$\Delta_1=(-2)^2-4\times1\times(-3)=4+12=16$

D'où:

$$x_1=\frac{2-4}{2}=-1$$

$$x_2=\frac{2+4}{2}=3$$

D'où le tableau de signes suivant:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
x^2-2x-3		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Delta_2=2^2-4\times1\times2=4-8=-4$

Donc, pour tout x, $x^2+2x+4>0$

Donc:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
x^2-2x-3		$+$	0	$-$	0	$+$	
x^2+2x+4		$+$		$+$		$+$	
$(x^2-2x-3)(x^2+2x+4)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S=]-\infty;-1]\cup[3;+\infty[$

$$\frac{-2x^2-3x+20}{x^2+3x-5}<0$$

$\Delta_1=(-3)^2-4\times(-2)\times 20=9+160=169$

D'où:

$x_1=\dfrac{3-13}{-4}=\dfrac{10}{4}=\dfrac{5}{2}=2{,}5$

$x_2=\dfrac{3+13}{-4}=\dfrac{16}{-4}=-4$

D'où le tableau de signes suivant:

x	$-\infty$		-4		$2{,}5$		$+\infty$
$-2x^2-3x+20$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\Delta_2=3^2-4\times 1\times(-5)=9+20=29$

$x_3=\dfrac{-3-\sqrt{29}}{2}$

$x_4=\dfrac{-3+\sqrt{29}}{2}$

D'où le tableau de signes suivant:

x	$-\infty$		x_3		x_4		$+\infty$
x^2+3x-5		$+$	0	$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		x_3		-4		x_4		$2{,}5$		$+\infty$
$-2x^2-3x+20$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
x^2+3x-5		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{-2x^2-3x+20}{x^2+3x-5}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

$S=]-\infty;x_3[\cup]4;x_4[\cup]2{,}5;+\infty[$

Exercice 3:

Le triangle de côtés $a=6$, $b=8$ et $c=12$ n'est pas rectangle.
Peut-on, en ajoutant une même longueur x à ses trois côtés, obtenir un triangle rectangle ?

$$(x+6)^2+(x+8)^2 = x^2+12x+36+x^2+16x+64 = 2x^2+28x+100$$

$(x+12)^2 = x^2+24x+144$

Cherchons si l'équation $2x^2+28x+100=x^2+24x+144$ admet des solutions.

$2x^2+28x+100=x^2+24x+144$

$x^2+4x-44=0$

$\Delta=4^2-4\times1\times(-44)=16+176=192$

L'équation admet 2 solutions:

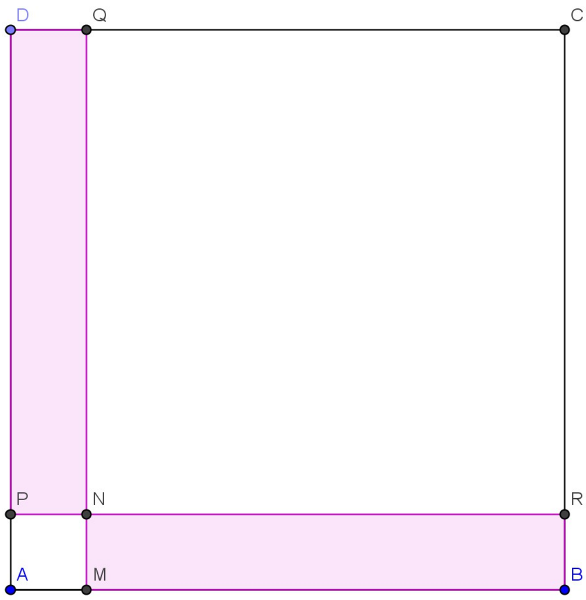
$x_1=\frac{-4-8\sqrt{3}}{2}=-2-4\sqrt{3}<0$

$x_2=\frac{-4+8\sqrt{3}}{2}=-2+4\sqrt{3}>0$

En ajoutant une même longueur $x=-2+4\sqrt{3}$ à ses trois côtés, on obtient un triangle rectangle.

Exercice 4:

Soit le rectangle ABCD tel que AB = 8 et BC = 10. Soit un point M appartenant au segment [AB]. On pose AM = x . Soit le point P appartenant au segment [AD], le point Q appartenant au segment [CD], le point R appartenant au segment [BC] tels que AMNP est un carré, MNRB est un rectangle et PNQB est un rectangle.



On considère l'aire violette, constituée de l'aire des rectangles MNRB et NQDP.

Quel est le maximum de l'aire $v(x)$ colorée en violet et pour quelle valeur de x est-il atteint ?

$Aire_{MNRB}=(8-x)\times x=8x-x^2$

$Aire_{NQDP}=(10-x)\times x=10x-x^2$

$Aire_{violette}=8x-x^2+10x-x^2=-2x^2+18x$

Dans un repère, la courbe représentative de la fonction $v(x)=-2x^2+18x$ est une parabole de sommet $-\frac{18}{-2\times2}=\frac{18}{4}=\frac{9}{2}=4{,}5$.

Le maximum de l'aire $v(x)$ colorée en violet est atteint en $x=4{,}5$

$v(4{,}5)=-2\times4{,}5^2+18\times4{,}5=-40{,}5+81=40{,}5$