Exercices Fiche 2

Exercice 1:

Résoudre les équations suivantes:

$(2x+1)(x-4)=x^2-4x-6$

$(x+1)(x+2)=(x+3)(x+4)+(x+5)(x+6)$

$\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x-5}=\frac{-8}{x^2-2x-15}$

Exercice 2:

Résoudre en utilisant un changement d'inconnue:

$4x+6\sqrt{x}-18=0$

$4x^4-6x^2+2=0$

$2(cost)^2-3cost+1=0$ où $t\in[0;\pi]$.

Exercice 3:

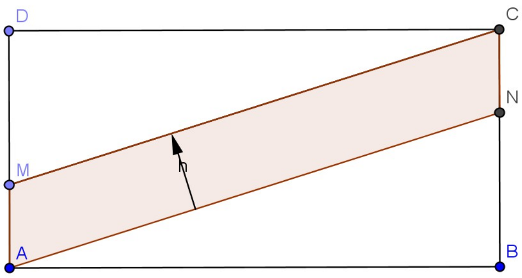
Le coût de fabrication d'un produit en fonction de x unités produites est donné, en euros, par:

$C(x)=0{,}1x^2+30x+250$.

1. Déterminer le maximum et le minimum de C sur [0; 100], après avoir dressé le tableau de variations de C.
2. Le prix de vente d'une unité est de 42 euros.
   Démontrer que le bénéfice réalisé pour x unités produites et vendues est:
   $B(x) = -0{,}1x^2+12x-250$.
3. Déterminer la production qui assure un bénéfice maximal à l'entreprise.

Exercice 4:

Dans le rectangle ABCD de côtés AB=8 et BC=6, déterminer la distance AM pour que la bande ait une hauteur h de 2,5.



CORRECTION

Exercice 1:

Résoudre les équations suivantes:

$(2x+1)(x-4)=x^2-4x-6$
$2x^2-8x+x-4=x^2-4x-6$
$x^2-3x+2=0$

$\Delta=(-3)^2-4\times1\times2=9-8=1$
Cette équation admet deux solutions:

$x_1=\dfrac{3-\sqrt{1}}{2\times1}=\dfrac{2}{2}=1$

$x_2=\dfrac{3+\sqrt{1}}{2\times1}=2$

$S=\{x_1;x_2\}$

$(x+1)(x+2)=(x+3)(x+4)+(x+5)(x+6)$
$x^2+2x+x+2=x^2+4x+3x+12+x^2+6x+5x+30$
$x^2+3x+2=2x^2+18x+42$
$x^2+15x+40=0$

$\Delta=15^2-4\times1\times40=225-160=65$
Cette équation admet deux solutions:

$x_1=\dfrac{-15-\sqrt{15}}{2}$

$x_2=\dfrac{-15+\sqrt{15}}{2}$

$S=\{x_1;x_2\}$

$\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x-5}=\dfrac{-8}{x^2-2x-15}$

$\dfrac{x-5}{(x+3)(x-5)}-\dfrac{x+3}{(x+3)(x-5)}=\dfrac{-8}{x^2-2x-15}$

$\dfrac{x-5-x-3}{x^2-2x+15}=\dfrac{-8}{x^2-2x-15}$

$\dfrac{-8}{x^2-2x+15}=\dfrac{-8}{x^2-2x+15}$

$S=\mathbb{R}$

Exercice 2:

Résoudre en utilisant un changement d'inconnue:

$4x+6\sqrt{x}-18=0$
On pose $X=\sqrt{x}$
$4X^2+6X-18=0$
$\Delta=6^2-4\times4\times(-18)=36+288=324$
Cette équation admet deux solutions:

$X_1=\dfrac{-6-\sqrt{324}}{8}=-\dfrac{24}{8}=-3$

$X_2=\dfrac{-6+\sqrt{324}}{8}=\dfrac{12}{8}=1,5$

On résout ensuite:
$\sqrt{x}=-3$
Cette équation n'admet pas de solution.

$\sqrt{x}=1{,}5$
Cette équation admet pour solution $x=1{,}5^2=2{,}25$

$4x^4-6x^2+2=0$

On pose $X=x^2$
$4X^2-6X+2=0$
$\Delta=(-6)^2-4\times4\times2=36-32=4$

$X_1=\frac{6-\sqrt{4}}{8}=\frac{4}{8}=0{,}5$
$X_2=\frac{6+\sqrt{4}}{8}=1$

On résout:
$x^2=0{,}5$
Cette équation admet pour solution:
$x_1=\sqrt{0{,}5}$
$x_2=-\sqrt{0{,}5}$

$x^2=1$
Cette équation admet pour solution:
$x_3=1$
$x_4=-1$

$S=\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$
$2(cost)^2-3cost+1=0$ où $t\in[0;\pi]$.

On pose $X=cost$
$2X^2-3X+1=0$
$\Delta=(-3)^2-4\times2\times1=9-8=1$
Cette équation admet deux solutions:
$X_1=\frac{3-\sqrt{1}}{4}=0{,}5$
$X_2=\frac{3+\sqrt{1}}{4}=1$

On résout:
$cost=0{,}5$ où $t\in[0;\pi]$
$t_1=\frac{\pi}{3}$
$cost=1$
$t_2=0$
$S=\{0;\frac{\pi}{3}\}$

Exercice 3:

Le coût de fabrication d'un produit en fonction de x unités produites est donné, en euros, par:
$C(x)=0{,}1\,x^2+30\,x+250$.

1. Déterminer le maximum et le minimum de C sur [0; 100], après avoir dressé le tableau de variations de C.
2. Le prix de vente d'une unité est de 42 euros.
   Démontrer que le bénéfice réalisé pour x unités produites et vendues est:
   $B(x) = -0{,}1\,x^2+12\,x-250$.
3. Déterminer la production qui assure un bénéfice maximal à l'entreprise.

1. Dans un repère, la courbe représentative de la fonction $C(x)=0{,}1\,x^2+30\,x+250$ est une parabole dont le sommet S a pour abscisse $\frac{-30}{0{,}2}=-150$

x	0		100
$C(x)$			4250
		↗	
	250		

Sur [0;100], le maximum de C est 4250 et le minimum de C est 250.

2. $B(x)=42\,x-C(x)$
$B(x)=42\,x-0{,}1\,x^2-30\,x-250$
$B(x)=-0{,}1\,x^2+12\,x-250$

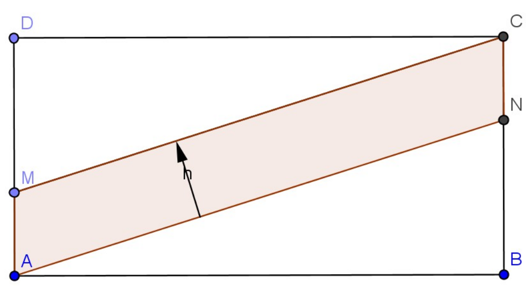
3. Dans un repère, la courbe représentative de la fonction $B(x)=-0{,}1\,x^2+12\,x-250$ est une parabole dont le sommet S a pour abscisse $\frac{-12}{-0{,}2}=60$

x	0		60		100
$B(x)$			110		
		↗		↘	
	-250				-50

Il faut produire 60 objets pour obtenir un bénéfice maximal à l'entreprise.

Exercice 4:

Dans le rectangle ABCD de côtés AB=8 et BC=6, déterminer la distance AM pour que la bande ait une hauteur h de 2,5.



On pose $AM=x$

AMCN est un parallélogramme.
$Aire_{AMCN}=AN\times h=2{,}5\,AN$
$Aire_{AMCN}=AM\times AB=8\,x$

Dans le triangle rectangle ANB, j'utilise le théorème de Pythagore:
$AN^2 = BA^2 + BN^2$
$AN^2 = 8^2 + (6-x)^2$
$AN^2 = 64 + 36 - 12x + x^2$
$AN^2 = x^2 - 12x + 100$
$AN = \sqrt{x^2 - 12x + 100}$

On a donc:
$8x = 2{,}5\,AN$
$8x = 2{,}5\sqrt{x^2 - 12x + 100}$
$64x^2 = 6{,}25(x^2 - 12x + 100)$
$64x^2 - 6{,}25x^2 + 75x - 625 = 0$
$57{,}75x^2 + 75x - 625 = 0$

$\Delta = 75^2 - 4 \times 57{,}75 \times (-625)$
$\Delta = 5625 + 144375$
$\Delta = 150000$
Cette équation admet deux solutions:
$x_1 = \dfrac{-75 - \sqrt{150000}}{115{,}5}$
$x_2 = \dfrac{-75 + \sqrt{150000}}{115{,}5}$
Or $x_1 < 0$

Il faut choisir $AM = x_2$ pour que la bande ait une hauteur h de 2,5.