Exercices Fiche 3

Exercice 1:

Résoudre les équations suivantes:

$4x^2 - 28x + 49 = 0$ $\qquad$ $2x^2 + 4x + 1 = 0$

Exercice 2:

Résoudre les inéquations suivantes:

$-2x^2 + 5x - 14 < 0$ $\qquad$ $(x^2 + 3x - 10)(- x^2 + 4x - 7) > 0$

Exercice 3

1. On note x la longueur (en mètres) d'un rectangle de périmètre 13 m, et $f(x)$ l'aire de ce rectangle.
   a. A quel intervalle doit appartenir x ?
   b. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
   c. Dans un repère, tracer la courbe représentant f et en déduire le maximum de $f(x)$.
2. Parmi tous les rectangles de périmètre 13 m, quel est celui dont l'aire est maximale?

Exercice 4:

1. L'équation E: $2x^4 - x^2 - 6 = 0$ est-elle une équation du second degré ?
2. a. On pose $X = x^2$.
   Exprimer x^4 en fonction de X.
   b. Montrer que x est solution de E si seulement si X est solution d'une équation du second degré.
   c. En déduire les valeurs de X puis les solutions de E.

CORRECTION

Exercice 1:

Résoudre les équations suivantes:
$4x^2 - 28x + 49 = 0$

$$\Delta=(-28)^2-4\times4\times49=0$$

Cette équation admet une solution:

$$x=\frac{28}{8}=3,5$$

$2x^2 + 4x + 1 = 0$

$$\Delta=4^2-4\times2\times1=8$$

Cette équation admet deux solutions:

$$x_1=\frac{-4-2\sqrt{2}}{4}=\frac{-2-\sqrt{2}}{2}$$

$$x_2=\frac{-4+2\sqrt{2}}{4}=\frac{-2+\sqrt{2}}{4}$$

Exercice 2:

Résoudre les inéquations suivantes:
$-2x^2 + 5x - 14 < 0$

$$\Delta=5^2-4\times(-2)\times(-14)=-87$$

x	$-\infty$		$+\infty$
$-2x^2+5x-14$		$-$	

S=ℝ

$(x^2 + 3x - 10)(- x^2 + 4x - 7) > 0$

$$E_1:\ x^2+3x-10=0$$

$$\Delta_1=3^2-4\times1\times(-10)=9+40=49$$

Cette équation admet deux solutions:

$$x_1=\frac{-3-7}{2}=-5$$

$$x_2=\frac{-3+7}{2}=2$$

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$x^2+3x-10$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$E_2:\ -x^2+4x-7=0$$

$$\Delta_2=4^2-4\times(-1)\times(-7)=16-28=-12$$

x	$-\infty$		$+\infty$
$-x^2+4x-7$		$-$	

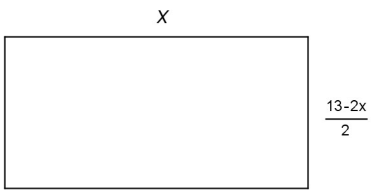
x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$x^2+3x-10$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$-x^2+4x-7$		$-$		$-$		$-$	
$(x^2+3x-10)(-x^2+4x-7)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S=]-5;2[$

Exercice 3

1. On note x la longueur (en mètres) d'un rectangle de périmètre 13 m, et $f(x)$ l'aire de ce rectangle.
   a. A quel intervalle doit appartenir x ?
   b. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
   c. Dans un repère, tracer la courbe représentant f et en déduire le maximum de $f(x)$.
2. Parmi tous les rectangles de périmètre 13 m, quel est celui dont l'aire est maximale?

1.

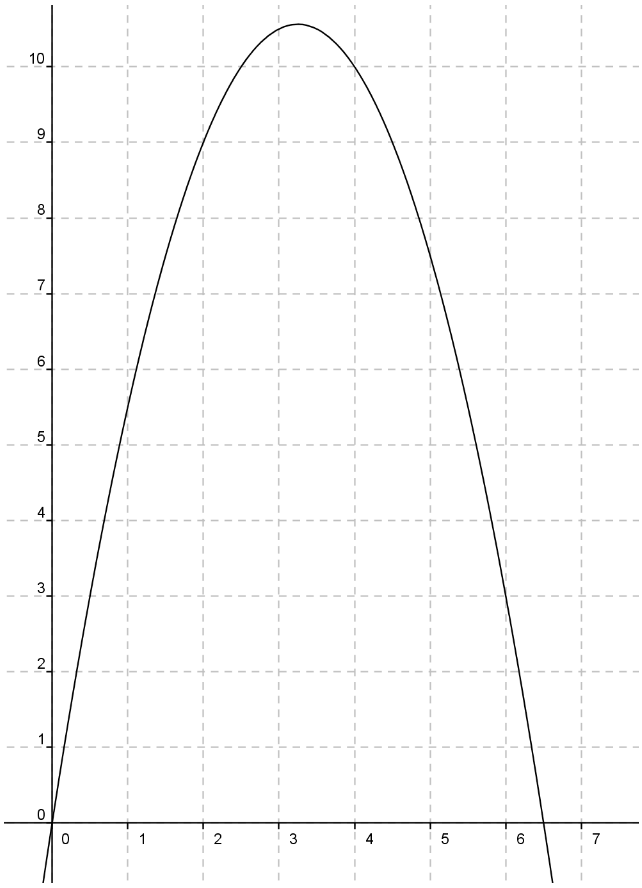


a) $0<x<13$
$x\in]0;13[$

b) $f(x)=\dfrac{x(13-2x)}{2}=x(6,5-x)=-x^2+6,5x$

c) Dans un repère, la courbe représentative de la fonction $f(x)=-x^2+6,5x$ est une parabole dont le sommet S a pour abscisse $\dfrac{-6,5}{(-2)}=3,25$.

x	$-\infty$		$3,25$		$+\infty$
$f(x)$		↗	$8,875$	↘	



Le maximum de $f(x)$ est atteint pour $x=3{,}25$, il vaut 8,875.

2. $x=3{,}25$

$$\frac{13-2x}{2}=\frac{13-2\times3{,}25}{2}=3{,}25$$

C'est un carré de côté 3,25m, de périmètre 13m qui a une aire maximale de 8,875m².

Exercice 4:

1. L'équation E: $2x^4 - x^2 - 6 = 0$ est-elle une équation du second degré ?
2. a. On pose $X = x^2$.
   Exprimer x^4 en fonction de X.
   b. Montrer que x est solution de E si seulement si X est solution d'une équation du second degré.
   c. En déduire les valeurs de X puis les solutions de E.

1. Cette équation est du quatrième degré.

2. a) $X=x^2$

$X^2=x^4$

b) x est solution de E

$\Leftrightarrow 2x^4 - x^2 - 6 = 0$

$\Leftrightarrow 2X^2 - X - 6 = 0$

c) $2X^2 - X - 6 = 0$

$\Delta=(-1)^2-4\times2\times(-6)=1+48=49$

L'équation admet deux solutions:

$$X_1=\frac{1-7}{4}=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}=-1{,}5$$

$$X_2 = \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

L'équation $x^2 = -1{,}5$ n'admet pas de solution.
L'équation $x^2 = 2$ admet deux solutions $x_1 = \sqrt{2}$ et $x_2 = -\sqrt{2}$

Conclusion :

l'équation E admet deux solutions $x_1 = \sqrt{2}$ **et** $x_2 = -\sqrt{2}$