Exercices Fiche 1

Exercice 1

On lance un dé cubique deux fois de suite. Pour chaque événement suivant, citer le ou les résultats favorables puis citer l'événement contraire si possible sans négation.
A : « Obtenir une somme au plus égale à 7 .»
B : « Obtenir 1 au premier lancer ou 2 au deuxième lancer. »
C : « Obtenir une somme au moins égale à 3. »
D : « Obtenir un multiple de 3 au premier lancer et un nombre pair au deuxième lancer. »

Exercice 2

A et B sont deux événements d'un même univers Ω.
1. $p(A)=0,35$ et $p(\overline{B}) = 0,25$. Calculer $p(\overline{A})$ et $p(B)$.
2. A et B sont incompatibles, $p(A)=0,3$ et $p(B)=0,12$. Calculer $p(A\cup B)$.
3. $p(A)=0,27$, $p(B)=0,22$ et $p(A\cap B)=0,05$. Calculer $p(A\cup B)$.
4. $p(A\cup B)=0,783$, $p(A)=0,62$ et $p(B)=0,315$. Calculer $p(A\cap B)$.

Exercice 3

Au début du mois de décembre 2009, une enquête est effectuée auprès de 1800 élèves d'un lycée (comportant 850 garçons) pour savoir comment ils prévoient de fêter le réveillon de l'année 2010 :

- les garçons qui passeront le réveillon du 31 décembre 2099 chez leurs parents représentent 10 % des élèves du lycée,
- 150 élèves, parmi lesquels 130 filles, iront au restaurant,
- les $\frac{2}{3}$ des élèves passeront le réveillon chez des amis.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivants :

	Garçons	Filles	TOTAL
chez leurs parents			
chez leurs amis			
au restaurant		130	
TOTAL			1 800

2. Le 1er janvier 2010, on croise dans la rue un élève de ce lycée. En supposant que les prévisions de l'enquête seront respectées et que chaque élève a la même probabilité d'être rencontré, calculer les probabilités des événements suivants (arrondis au centième) :

a) A : « L'élève est une fille ».

b) B : « L'élève a passé le réveillon chez ses parents ».

c) C : « L'élève est une fille et a passé le réveillon chez ses parents ».

d) D : « L'élève est une fille ou a passé le réveillon chez ses parents ».

3. Ce même jour, on croise dans la rue un garçon de ce lycée. Calculer la probabilité pour qu'il ait passé le réveillon chez ses parents.

Exercice 4

On lance un dé truqué dont connaît la loi de probabilité:

Issue x_i	1	2	3	4	5	6
Probabilité p_i	0,1	0,3	0,15	0,2	0,1	0,15

Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de cette loi.

Exercice 5

On lance 2 dés à 6 faces bien équilibrés. Soit X la variable aléatoire qui a un lancer associe la somme des chiffres qui sont apparus.
1. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.
2. Calculer P(X=6)

Exercice 6

On lance 1 pièce bien équilibrée 3 fois de suite. Si le joueur obtient Face, il gagne 2€ et s'il obtient Pile, il perd 1€.
1. Construire un arbre représentant l'expérience.
2. Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique.
Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Calculer l'espérance de X.

Exercice 7

Un commercial vend des jeux vidéos d'occasion. Une étude indique le nombre de jeux que l'on peut vendre par jour et la loi de probabilité.

Nombre	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1	0,15	0,2	0,15	0,1

Chaque jeu vidéo vendu génère un bénéfice de 7€.

1. Introduire une variable aléatoire afin de calculer l'espérance de vente par jour.
2. Calculer l'espérance de bénéfice pour un mois, soit 21 jours de vente.

CORRECTION

Exercice 1

On lance un dé cubique deux fois de suite. Pour chaque événement suivant, citer le ou les résultats favorables puis citer l'événement contraire si possible sans négation.
A : « Obtenir une somme au plus égale à 7 .»
B : « Obtenir 1 au premier lancer ou 2 au deuxième lancer. »
C : « Obtenir une somme au moins égale à 3. »
D : « Obtenir un multiple de 3 au premier lancer et un nombre pair au deuxième lancer. »

Résultats favorables:
Pour l'événement A: 1 et 1; 1 et 2; 1 et 3; 1 et 4; 1 et 5; 1 et 6; 2 et 1; 2 et 2; 2 et 3; 2 et 4; 2 et 5; 3 et 1; 3 et 2; 3 et 3; 3 et 4; 4 et 0; 4 et 1; 4 et 2; 4 et 3; 5 et 1; 5 et 2; 6 et 1.
Pour l'événement B: 1 et 1; 1 et 2; 1 et 3; 1 et 4; 1 et 5; 1 et 6; 1 et 2; 2 et 2; 3 et 2; 4 et 2; 5 et 2; 6 et 2.
Pour l'événement C: 1et 3; 1 et 4; 1 et 5; 1 et 6; 2 et 1; 2 et 2; 2 et 3; 2 et 4; 2 et 5; 2 et 6; 3 et 1; 3 et 2; 3 et 3; 3 et 4; 3 et 5; 3 et 6; 4 et 1; 4 et 2; 4 et 3; 4 et 4; 4 et 5; 4 et 6; 5 et 1; 5 et 2; 5 et 3; 5 et 4; 5 et 5; 5 et 6; 6 et 1; 6 et 2; 6 et 3; 6 et 4; 6 et 5; 6 et 6.
Pour l'événement D: 3 et 2; 3 et 4; 3 et 6; 6 et 2; 6 et 4; 6 et 6.
Événements contraires:
Pour l'événement A: Obtenir une somme strictement supérieure à 7.
Pour l'événement B: Ne pas obtenir 1 au premier lancer et 2 au deuxième lancer.
Pour l'événement C: Obtenir une somme au plus égale à 2.
Pour l'événement D: ne pas obtenir un multiple de 3 au premier lancer ou obtenir un nombre impair au deuxième lancer.

Exercice 2

A et B sont deux événements d'un même univers Ω.
1. p(A)=0,35 et p($\overline{B}$) = 0,25. Calculer p($\overline{A}$) et p(B).
2. A et B sont incompatibles, p(A)=0,3 et p(B)=0,12. Calculer p(A∪B).
3. p(A)=0,27, p(B)=0,22 et p(A∩B)=0,05. Calculer p(A∪B).
4. p(A∪B)=0,783, p(A)=0,62 et p(B)=0,315. Calculer p(A∩B).

1. $p(\overline{A})=1-p(A)=1-0,35=0,65$
$p(B)=1-p(\overline{B})=1-0,25=0,75$
2. A et B sont incompatibles, donc: p(A ∪ B)=p(A)+p(B)=0,3+0,12=0,42
3. p(A ∪ B)=p(A)+p(B)-p(A ∩ B)=0,27+0,22-0,05=0,49-0,05=0,44
4. p(A ∩ B)=p(A)+p(B)-p(A ∪ B)=0,62+0,315-0,783=0,152

Exercice 3

Au début du mois de décembre 2009, une enquête est effectuée auprès de 1800 élèves d'un lycée (comportant 850 garçons) pour savoir comment ils prévoient de fêter le réveillon de l'année 2010 :

- les garçons qui passeront le réveillon du 31 décembre 2099 chez leurs parents représentent 10 % des élèves du lycée,
- 150 élèves, parmi lesquels 130 filles, iront au restaurant,

- les $\frac{2}{3}$ des élèves passeront le réveillon chez des amis.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivants :

	Garçons	Filles	TOTAL
chez leurs parents	180	270	450
chez leurs amis	650	550	1200
au restaurant	20	130	150
TOTAL	850	950	1 800

2. Le 1er janvier 2010, on croise dans la rue un élève de ce lycée. En supposant que les prévisions de l'enquête seront respectées et que chaque élève a la même probabilité d'être rencontré, calculer les probabilités des événements suivants (arrondis au centième) :

a) A : « L'élève est une fille ». $p(A)=\frac{950}{1800}\approx 0{,}53$

b) B : « L'élève a passé le réveillon chez ses parents ». $p(B)=\frac{450}{1800}=0{,}25$

c) C : « L'élève est une fille et a passé le réveillon chez ses parents ». $p(C)=\frac{270}{1800}=0{,}15$

d) D : « L'élève est une fille ou a passé le réveillon chez ses parents ».

$p(D)=p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$

$p(D)=p(A)+p(B)-p(C)$

$p(D)\approx 0{,}53+0{,}25-0{,}15$

$p(D)\approx 0{,}63$

3. Ce même jour, on croise dans la rue un garçon de ce lycée. Calculer la probabilité pour qu'il ait passé le réveillon chez ses parents.

$$p=\frac{180}{850}\approx 0{,}21$$

Exercice 4

On lance un dé truqué dont connaît la loi de probabilité:

Issue x_i	1	2	3	4	5	6
Probabilité p_i	0,1	0,3	0,15	0,2	0,1	0,15

Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de cette loi.

Calcul de l'espérance:

$$\mu = \sum x_i \times p_i$$

$$\mu = 1\times 0{,}1 + 2\times 0{,}3 + 3\times 0{,}15 + 4\times 0{,}2 + 5\times 0{,}1 + 6\times 0{,}15 = 3{,}35$$

Calcul de la variance:

première méthode: $V = \sum (x_i - \mu)^2 \times p_i$

$$V = (1-3{,}35)^2\times 0{,}1 + (2-3{,}35)^2\times 0{,}3 + (3-3{,}35)^2\times 0{,}15$$
$$+(4-3{,}35)^2\times 0{,}2 + (5-3{,}35)^2\times 0{,}1 + (6-3{,}35)^2\times 0{,}15 = 2{,}5275$$

deuxième méthode: $V = (\sum x_i^2 \times p_i) - \mu^2$

$$V = (1^2\times 0{,}1) + (2^2\times 0{,}3) + (3^2\times 0{,}15) + (4^2\times 0{,}2) + (5^2\times 0{,}1) + (6^2\times 0{,}15) - 3{,}35^2 = 2{,}5275$$

Calcul de l'écart type:

$$\sigma = \sqrt{V}$$
$$\sigma = \sqrt{2{,}5275} \approx 1{,}59$$

Exercice 5

On lance 2 dés à 6 faces bien équilibrés. Soit X la variable aléatoire qui a un lancer associe la somme des chiffres qui sont apparus.
1. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.
2. Calculer P(X=6)

1. L'ensemble des valeurs prises par X est :{2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12}
2.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

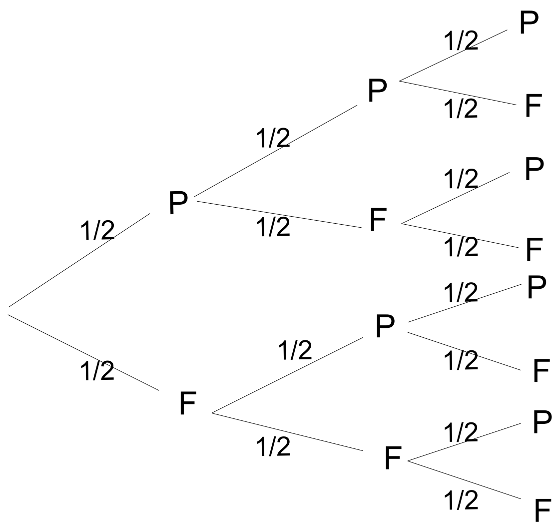
$$P(X=6) = \frac{5}{36}$$

Exercice 6

On lance 1 pièce bien équilibrée 3 fois de suite. Si le joueur obtient Face, il gagne 2€ et s'il obtient Pile, il perd 1€.
1. Construire un arbre représentant l'expérience.

2. Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique.
Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Calculer l'espérance de X.

1.



2. L'ensemble des valeurs prises par X est :{6;3;0;-3}

x_i	6	3	0	-3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

3. $E(X)=6\times\frac{1}{8}+3\times\frac{3}{8}+0\times\frac{3}{8}-3\times\frac{1}{8}$

$E(X)=\frac{6}{8}+\frac{9}{8}-\frac{3}{8}$

$E(X)=\frac{12}{8}=6=\frac{3}{2}=1{,}5$

Exercice 7

Un commercial vend des jeux vidéos d'occasion. Une étude indique le nombre de jeux que l'on peut vendre par jour et la loi de probabilité.

Nombre	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p_i	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1	0,15	0,2	0,15	0,1

Chaque jeu vidéo vendu génère un bénéfice de 7€.

1. Introduire une variable aléatoire afin de calculer l'espérance de vente par jour.
2. Calculer l'espérance de bénéfice pour un mois, soit 21 jours de vente.

1. On appelle X la variable aléatoire qui indique le nombre de jeux vendus par jour.
L'ensemble des valeurs prises par X est : $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$
$E(X)=0\times0{,}05+1\times0{,}05+2\times0{,}1+3\times0{,}1+4\times0{,}1+5\times0{,}15+6\times0{,}2+7\times0{,}15+7\times0{,}1$
$E(X)=4{,}75$
Le commercial peut espérer vendre 4,75jeux vidéos par jour.

2. $4{,}75\times7\times21=698{,}25$
L'espérance de bénéfice pour un mois est de 698,25€.