## Exercices Fiche 2

### Exercice 1:

Dans chacun des cas, déterminer un encadrement de $\sqrt{x}$ .

a. $1<x<7$ b. $5<x<25$ c. $0\leqslant x\leqslant 12$

### Exercice 2:

Exprimer sans racine carrée au dénominateur.

a. $\dfrac{3}{\sqrt{11}}$ b. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ c. $\dfrac{3}{\sqrt{x^2+4}-1}$ .

### Exercice 3:

En reprenant le principe de la démonstration vue pour étudier le sens de variation de la fonction racine carrée, étudier le sens de variation de la fonction $f$ définie sur [-3;+∞[ par $f(x)=\sqrt{x+3}$

### Exercice 4:

Étudier les positions relatives des courbes d'équations $y=\dfrac{1}{x+1}$ et $y=x+3$ .

**CORRECTION**

## Exercice 1:

Dans chacun des cas, déterminer un encadrement de $\sqrt{x}$ .

a. $1<x<7$
$\sqrt{1}<\sqrt{x}<\sqrt{7}$
$1<\sqrt{x}<\sqrt{7}$

b. $5<x<25$
$\sqrt{5}<\sqrt{x}<\sqrt{25}$
$\sqrt{5}<\sqrt{x}<5$

c. $0\leqslant x\leqslant 12$
$\sqrt{0}\leqslant\sqrt{x}\leqslant\sqrt{12}$
$0\leqslant\sqrt{x}\leqslant 2\sqrt{3}$

## Exercice 2:

Exprimer sans racine carrée au dénominateur.

a. $\dfrac{3}{\sqrt{11}}=\dfrac{3\sqrt{11}}{11}$

b. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}=\dfrac{-3-5+2\sqrt{15}}{2}=-4+\sqrt{15}$

c. $\dfrac{3}{\sqrt{x^2+4}-1}=\dfrac{3(\sqrt{x^2+4}+1)}{x^2+4-1}=\dfrac{3(\sqrt{x^2+4}+1)}{x^2+3}$

## Exercice 3:

En reprenant le principe de la démonstration vue pour étudier le sens de variation de la fonction racine carrée, étudier le sens de variation de la fonction $f$ définie sur [-3;+∞[ par $f(x)=\sqrt{x+3}$

Soit $a$ et $b$ deux réels tels que $-3\leqslant a<b$ .

Comparons $f(a)$ et $f(b)$ en étudiant le signe de leur différence.
$f(a)=\sqrt{a+3}$
$f(b)=\sqrt{b+3}$
$$\sqrt{b+3}-\sqrt{a+3}=\frac{(\sqrt{b+3}-\sqrt{a+3})(\sqrt{b+3}+\sqrt{a+3})}{\sqrt{b+3}+\sqrt{a+3}}=\frac{(b+3)-(a+3)}{\sqrt{b+3}+\sqrt{a+3}}=\frac{b-a}{\sqrt{b+3}+\sqrt{a+3}}$$
Or $\sqrt{b+3}+\sqrt{a+3}>0$ , car $a\geqslant -3$ et $b>-3$ .
De plus $b-a>0$ car $a<b$ .
D'où $\sqrt{b+3}-\sqrt{a+3}>0$
Par conséquent, la fonction $f(x)$ est strictement croissante sur [-3; +∞[.

## Exercice 4:

Étudier les positions relatives des courbes d'équations $y=\dfrac{1}{x+1}$ et $y=x+3$ .

On pose $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$
$D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$
On pose $g(x)=x+3$
$D_g=\mathbb{R}$
Pour tout $x$ de $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ :

$f(x)-g(x)$

$= \frac{1}{x+1} - (x+3)$

$= \frac{1-(x+3)(x+1)}{x+1}$

$= \frac{1-x^2-4x-3}{x+1}$

$= \frac{-x^2-4x-2}{x+1}$

$= -\frac{x^2+4x+2}{x+1}$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 2 = 16 - 8 = 8$

L'équation $x^2+4x+2=0$ admet deux solutions:

$x_1 = \frac{-4-2\sqrt{2}}{2} = -2-\sqrt{2}$

$x_2 = \frac{-4+2\sqrt{2}}{2} = -2+\sqrt{2}$

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $-1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2+4x+2$ | | + | 0 | - | | - | 0 | + | |
| $x+1$ | | - | | - | 0 | + | | + | |
| $\frac{x^2+4x+2}{x+1}$ | | - | 0 | + | ‖ | - | 0 | + | |
| $-\frac{x^2+4x+2}{x+1}$ | | + | 0 | - | ‖ | + | 0 | - | |

Sur $]-\infty; x_1[$ , la courbe représentative de la fonction $f$ est au-dessus de la courbe représentative de la fonction $g$ .

Sur $]x_1; -1[$ , la courbe représentative de la fonction $f$ est en-dessous de la courbe représentative de la fonction $g$ .

Sur $]-1; x_2[$ , la courbe représentative de la fonction $f$ est au-dessus de la courbe représentative de la fonction $g$ .

Sur $]x_2; +\infty[$ , la courbe représentative de la fonction $f$ est en-dessous de la courbe représentative de la fonction $g$ .