Exercices Fiche 1

Exercice 1:

Donner les six premiers termes de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par

a. $u_n=2n+3$

b. $u_n=\dfrac{n+2}{n+1}$

c. $u_n=2^n-3^n$

d. $u_n=\cos\left(n\dfrac{\pi}{4}\right)$

Exercice 2

:Représenter dans le plan les dix premiers termes de la suite u définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n=-3n+\dfrac{5}{n+1}$.

Exercice 3:

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0= & 1 \\ u_{n+1}=3u_n-5 \end{cases}$.

Donner les valeurs de u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.

Exercice 4:

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0= & -2 \\ u_n=4u_{n-1}+n \end{cases}$.

Donner les valeurs de u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.

Exercice 5:

Exprimer u_{n+1} en fonction de n sachant que pour tout $n\geqslant 0$:

a. $u_n=7n-2$

b. $u_n=n^2$

c. $u_n=5^n$

Exercice 6:

La suite (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0=-3$ et de raison 2.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Calculer u_{100}.

Exercice 7:

La suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est arithmétique. Déterminer sa raison et son premier terme.

a. $u_0=3$ et $u_{12}=46$.

b. $u_3=4$ et $u_{17}=52$.

Exercice 8:

Calculer les sommes:

a. 100+101+102+...+198.

b. 303+306+309+...+411.

Exercice 9

:La suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0=1$ et de raison – 2.

1. Calculer u_1 , u_2 , u_3 , u_4 .
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Calculer u_{100} .

Exercice 10:

La suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme.

a. $u_0=1$ et $u_4=16$.

b. $u_3=2^6$ et $u_{12}=2^{15}$.

Exercice 11:

Calculer les sommes:

a. $1+3+9+27+...+3^{20}$.

b. $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^{10}}$.

CORRECTION

Exercice 1:

Donner les six premiers termes de la suite (u_n) définie sur ℕ par

a. $u_n=2n+3$

$u_0=2\times 0+3$ $u_1=2\times 1+3=5$ $u_2=2\times 2+3=7$

$u_3=2\times 3+3=9$ $u_4=2\times 4+3=11$ $u_5=2\times 5+3=13$

b. $u_n=\dfrac{n+2}{n+1}$

$u_1=\dfrac{1+2}{1+1}=1{,}5$ $u_2=\dfrac{2+2}{2+1}=\dfrac{4}{3}$

$u_3=\dfrac{3+2}{3+1}=\dfrac{5}{4}$ $u_4=\dfrac{4+2}{4+1}=\dfrac{6}{5}$ $u_5=\dfrac{5+2}{5+1}=\dfrac{7}{6}$

c. $u_n=2^n-3^n$

$u_1=2^1-3^1=2-3=-1$ $u_2=2^2-3^2=4-9=-5$

$u_3=2^3-3^3=8-27=-19$ $u_4=2^4-3^4=16-81=-65$ $u_5=2^5-3^5=32-243=-211$

d. $u_n=\cos\left(n\dfrac{\pi}{4}\right)$

$u_0=\cos\left(0\times\dfrac{\pi}{4}\right)=1$

$u_2=\cos\left(2\times\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$

$u_3=\cos\left(3\times\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$u_4=\cos\left(4\times\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos(\pi)=-1$

$u_5=\cos\left(5\times\dfrac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 2:

Représenter dans le plan les dix premiers termes de la suite u définie sur ℕ par

$u_n=-3n+\dfrac{5}{n+1}$

$u_0=-3\times 0+\dfrac{5}{0+1}=5$

$u_1=-3\times 1+\dfrac{5}{1+1}=-3+\dfrac{5}{2}=-\dfrac{6}{2}+\dfrac{5}{2}=-\dfrac{1}{2}$

$u_2=-3\times 2+\dfrac{5}{2+1}=-6+\dfrac{5}{3}=-\dfrac{18}{3}+\dfrac{5}{3}=-\dfrac{13}{3}$

$u_3=-3\times 3+\dfrac{5}{3+1}=-9+\dfrac{5}{4}=-\dfrac{36}{4}+\dfrac{5}{4}=-\dfrac{31}{4}$

$u_4=-3\times 4+\dfrac{5}{4+1}=-12+\dfrac{5}{5}=-12+1=-11$

$u_5=-3\times 5+\dfrac{5}{5+1}=-15+\dfrac{5}{6}=-\dfrac{90}{6}+\dfrac{5}{6}=-\dfrac{85}{6}$

$u_6=-3\times 6+\dfrac{5}{6+1}=-18+\dfrac{5}{7}=-\dfrac{126}{7}+\dfrac{5}{7}=-\dfrac{121}{7}$

$u_7=-3\times7+\frac{5}{7+1}=-21+\frac{5}{8}=-\frac{168}{8}+\frac{5}{8}=--\frac{163}{8}$

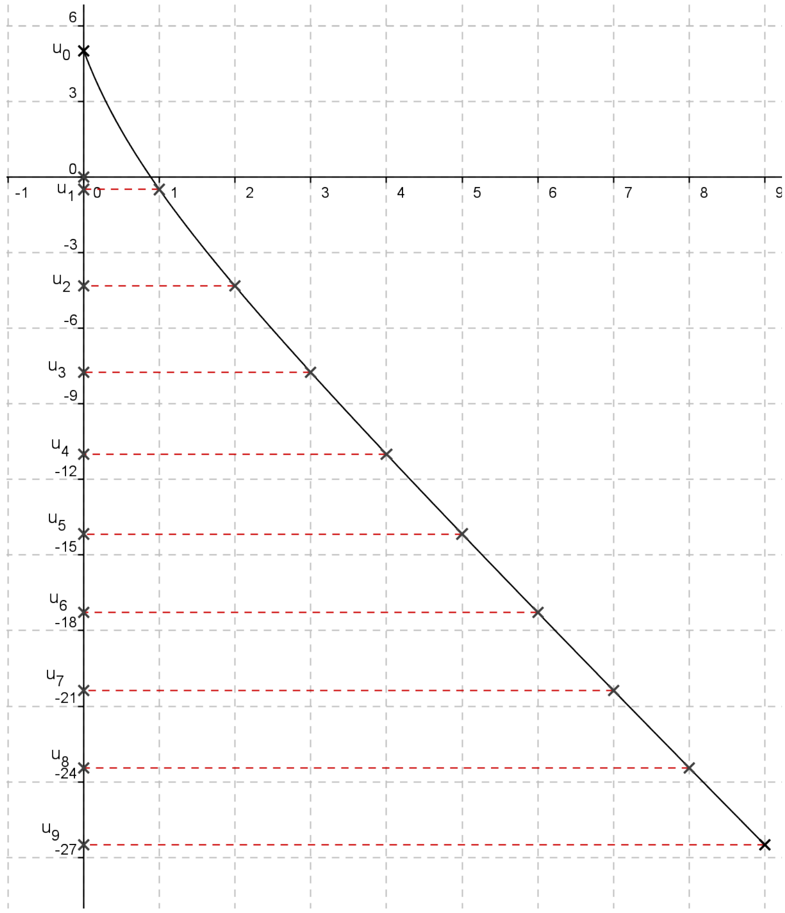
$u_8=-3\times8+\frac{5}{8+1}=-24+\frac{5}{9}=-\frac{216}{9}+\frac{5}{9}=-\frac{211}{9}$

$u_9=-3\times9+\frac{5}{9+1}=-27+\frac{5}{10}=-\frac{270}{10}+\frac{5}{2}=-\frac{265}{10}$

Soit f la fonction définie pour tout x de $[0;+\infty[$ par $f(x)=-3x+\frac{5}{x+1}$

Cette fonction est dérivable sur $[0;+\infty[$ et

Sur $[0;+\infty[$, $f'(x)<0$



Exercice 3:

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0= & 1 \\ u_{n+1}=3u_n-5 \end{cases}$.

Donner les valeurs de u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.

$u_1=3u_0-5=3\times1-5=-2$

$u_2=3u_1-5=3\times(-2)-5=-6-5=-11$

$u_3=3u_2-5=3\times(-11)-5=-33-5=-38$

$u_4=3u_3-5=3\times(-38)-5=-114-5=-119$

$u_5=3u_4-5=3\times(-119)-5=-357-5=-362$

Exercice 4:

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0= & -2 \\ u_n=4u_{n-1}+n \end{cases}$.

Donner les valeurs de u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5.

$u_1=4u_0+1=4\times(-2)+1=-8+1=-7$
$u_2=4u_1+2=4\times(-7)+2=-28+2=-26$
$u_3=4u_2+3=4\times(-26)+3=-104+3=-101$
$u_4=4u_3+4=4\times(-101)+4=-404+4=-400$
$u_5=4u_4+5=4\times(-400)+5=-1600+5=-1595$

Exercice 5:

Exprimer u_{n+1} en fonction de n sachant que pour tout $n\geqslant 0$:

a. $u_n=7n-2$
$u_{n+1}=7(n+1)-2=7n+5$

b. $u_n=n^2$
$u_{n+1}=(n+1)^2=n^2+2n+1$

c. $u_n=5^n$
$u_{n+1}=5^{n+1}$

Exercice 6:

La suite (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0=-3$ et de raison 2.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.

$u_1=u_0+2=-3+2=-1$
$u_2=u_1+2=-1+2=1$
$u_3=u_2+2=1+2=3$
$u_4=u_3+2=3+2=5$

2. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n=u_0+nr$
$u_n=-3+2n$

3. Calculer u_{100}.

$u_{100}=-3+2\times 100=-3+200=197$

Exercice 7:

La suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est arithmétique. Déterminer sa raison et son premier terme.

a. $u_0=3$ et $u_{12}=46$.

$u_{12}=u_0+12r$
$46=3+12r$
$12r=43$
$r=\dfrac{43}{12}$

b. $u_3=4$ et $u_{17}=52$.

$(u_m-u_p)=(m-p)r$
$(u_{17}-u_3)=(17-3)r$
$(52-4)=14r$
$14r=48$

$r=\frac{48}{14}$
$r=\frac{24}{7}$

$u_3=u_0+3r$
$4=u_0+3\times\frac{24}{7}$
$u_0=4-\frac{72}{7}$
$u_0=\frac{21}{7}-\frac{72}{7}=-\frac{51}{7}$

Exercice 8:

Calculer les sommes:
a. 100+101+102+...+198.

$$100+101+102+\ldots+198=199\times\frac{100+198}{2}=29651$$

b. 303+306+309+...+411.

$$303+306+309+\ldots+411=37\times\frac{303+411}{2}=13209$$

Exercice 9:

La suite (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0=1$ et de raison – 2.

1. Calculer u_1, u_2, u_3, u_4.

$u_1=u_0\times(-2)=1\times(-2)=-2$
$u_2=u_1\times(-2)=(-2)\times(-2)=4$
$u_3=u_2\times(-2)=4\times(-2)=-8$
$u_4=u_3\times(-2)=(-8)\times(-2)=16$

2. Exprimer u_n en fonction de n.

$u_n=u_0\times q^n=1\times(-2)^n=(-2)^n$

3. Calculer u_{100}.

$u_{100}=(-2)^{100}$

Exercice 10

:La suite $(u_n)_{n\geqslant 0}$ est géométrique. Déterminer sa raison et son premier terme.
a. $u_0=1$ et $u_4=16$.

$u_4=u_0\times q^4$
$16=q^4$
$q=2$

b. $u_3=2^6$ et $u_{12}=2^{15}$.

$u_3 = u_0 \times q^3$
$u_{12} = u_0 \times q^{12}$

$\frac{u_{12}}{u_3} = \frac{q^{12}}{q^3}$
$\frac{2^{15}}{2^6} = q^9$
$q^9 = 2^9$
$q = 2$

$2^6 = u_0 \times 2^3$
$u_0 = \frac{2^6}{2^3} = 2^3 = 8$

Exercice 11:

Calculer les sommes:
a. $1+3+9+27+...+3^{20}$.

$$1+3+9+27+\ldots+320 = 1 \times \frac{1-3^{21}}{1-3} = \frac{1-3^{21}}{(-2)} = \frac{3^{21}-1}{2}$$

b. $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^{10}}$.

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^{10}} = 1 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{11}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)} = 2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{11}\right)$$