# *Exercices Fiche 2*

## Exercice 1:

On considère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-12\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}10\\-24\end{pmatrix}$.
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1{,}5\end{pmatrix}$.

## Exercice 2:

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}k\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\k+1\end{pmatrix}$ deux vecteurs.

Déterminer,s'ils existent, les valeurs de $k$ pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

## Exercice 3:

On considère la droite $d$ dont une équation cartésienne est $3x+9y+4=0$.

1. Les points A(2;-1) et $B\left(-18;\frac{50}{9}\right)$ sont-ils des points de la droite $d$ ? Justifier.
2. Déterminer les coordonnées du point C de la droite $d$ d'abscisse -1 et les coordonnées du point D de la droite $d$ d'ordonnée 2.
3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite $d$ et des axes du repère.
4. Donner un vecteur directeur de $d$.
5. La droite $d$ est-elle parallèle à la droite $d_1$ d'équation cartésienne $-3x-9y+4=0$ ? à la droite $d_2$ d'équation $3x-y-5=0$ ?

## Exercice 4:

ABC est un triangle. Les points K,L et M sont tels que $\overrightarrow{AK}=\frac{-3}{2}\overrightarrow{AC}$ , $\overrightarrow{AL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ .

1. **Solution analytique** dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
   a. Déterminer les coordonnées de K, L et M.
   b. Démontrer que K, L et M sont alignés.
2. **Solution vectorielle** (sans repère).
   a. Décomposer $\overrightarrow{KL}$ sur les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b. Décomposer $\overrightarrow{KM}$ sur les vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.
   En déduire une décomposition de $\overrightarrow{KM}$ sur les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   c. Montrer que K, L et M sont alignés.

**CORRECTION**

## Exercice 1:

On considère (O; $\vec{i}$ , $\vec{j}$ ) un repère du plan. Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-12\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}10\\-24\end{pmatrix}$.

$5\times(-24)-10\times(-12)=-120+120=0$

Donc, les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

On remarque que $\vec{v}=2\vec{u}$

2. $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\1{,}5\end{pmatrix}$.

$1\times1{,}5-2\times3=1{,}5-6=-4{,}5\neq0$

Donc, les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

## Exercice 2:

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}k\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\k+1\end{pmatrix}$ deux vecteurs.

Déterminer,s'ils existent, les valeurs de $k$ pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $k\times(k+1)-5\times2=0$

$k\times(k+1)-5\times2=0$

$k^2+k-10=0$

$\Delta=1^2-4\times1\times(-10)=41$

$k_1=\frac{-1-\sqrt{41}}{2}$ et $k_2=\frac{-1+\sqrt{41}}{2}$

Pour $k_1=\frac{-1-\sqrt{41}}{2}$ , $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{-1-\sqrt{41}}{2}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\\frac{1-\sqrt{41}}{2}\end{pmatrix}$.

Pour $k_2=\frac{-1+\sqrt{41}}{2}$ , $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{-1+\sqrt{41}}{2}\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\\frac{1+\sqrt{41}}{2}\end{pmatrix}$.

## Exercice 3:

On considère la droite $d$ dont une équation cartésienne est $3x+9y+4=0$.

1. Les points A(2;-1) et $B\left(-18;\frac{50}{9}\right)$ sont-ils des points de la droite $d$ ? Justifier.

$d:3x+9y+4=0$

$3\times2+9\times(-1)+4=6-9+4=1\neq0$ donc A n'appartient pas à $d$.

$3\times(-18)+9\times\frac{50}{9}+4=-54+50+4=0$ donc B appartient à $d$.

2. Déterminer les coordonnées du point C de la droite $d$ d'abscisse -1 et les coordonnées du point D de la droite $d$ d'ordonnée 2.

$x_C=-1$
$3\times(-1)+9y_C+4=0$
$-3+9y_C+4=0$
$9y_C=3-4$
$y_C=\frac{-1}{9}$

Donc, $C\left(-1;-\frac{1}{9}\right)$

$y_D=2$
$3\times x_D+9\times 2+4=0$
$3x_D=-22$
$x_D=\frac{-22}{3}$

Donc, $D\left(\frac{-22}{3};2\right)$

3. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite $d$ et des axes du repère.

Intersection de $d$ et de l'axe des abscisses :
$d:3x+9y+4=0$ $\quad\quad$ $(xx'):y=0$
Donc, $3x+4=0$, ainsi $x=\frac{-4}{3}$
K est le point d'intersection de $d$ et de l'axe des abscisses : $K\left(\frac{-4}{3};0\right)$.
Intersection de $d$ et de l'axe des ordonnées :
$d:3x+9y+4=0$ $\quad\quad$ $(yy'):x=0$
Donc, $9y+4=0$, ainsi $y=\frac{-4}{9}$
L est le point d'intersection de $d$ et de l'axe des ordonnées : $L\left(0;-\frac{4}{9}\right)$.

4. Donner un vecteur directeur de $d$.

$d:3x+9y+4=0$
$\vec{u}\begin{pmatrix}-9\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de $d$.

5. La droite $d$ est-elle parallèle à la droite $d_1$ d'équation cartésienne $-3x-9y+4=0$ ? à la droite $d_2$ d'équation $3x-y-5=0$ ?

$d:3x+9y+4=0$ $\quad$ $\vec{u}\begin{pmatrix}-9\\3\end{pmatrix}$
$d_1:-3x-9y+4=0$ $\quad$ $\vec{u_1}\begin{pmatrix}9\\-3\end{pmatrix}$
$\vec{u_1}=-\vec{u}$ donc les droites $d$ et $d_1$ sont parallèles.

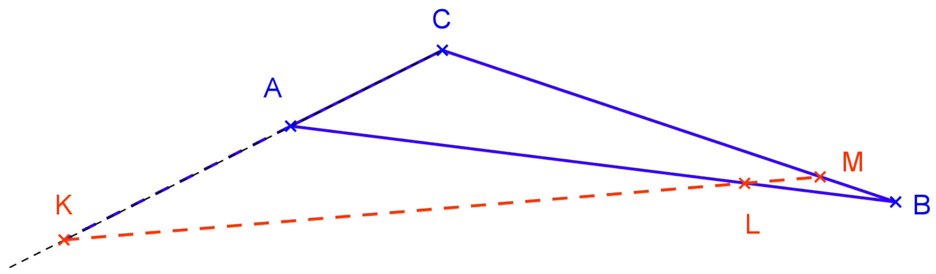
$d: 3x + 9y + 4 = 0 \qquad \vec{u}\begin{pmatrix} -9 \\ 3 \end{pmatrix}$

$d_2: 3x - y - 5 = 0 \qquad \vec{u_2}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$-9\times 3 - 1\times 3 = -30 \neq 0$ donc les droites $d$ et $d_2$ ne sont pas parallèles.

**Exercice 4:**

ABC est un triangle. Les points K,L et M sont tels que $\overrightarrow{AK} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC}$ , $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ .




1. **Solution analytique** dans le repère (A; $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{AC}$ ).

a. Déterminer les coordonnées de K, L et M.

$A(0;0)$ ; $B(1;0)$ ; $C(0;1)$

$\overrightarrow{AK} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AC} \qquad K\left(0; -\frac{3}{2}\right)$

$\overrightarrow{AL} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \qquad L\left(\frac{3}{4}; 0\right)$

$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x_M - 1 \\ y_M \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{cases} x_M - 1 = \frac{-1}{6} \\ y_M = \frac{1}{6} \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_M = \frac{5}{6} \\ y_M = \frac{1}{6} \end{cases}$

$M\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{6}\right)$

b. Démontrer que K, L et M sont alignés.

$\overrightarrow{KL}\begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} \frac{5}{6} \\ \frac{3}{2} + \frac{1}{6} \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} \frac{5}{6} \\ \frac{10}{6} \end{pmatrix}$

$\frac{3}{4}\times\frac{10}{6}-\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}=\frac{5}{4}-\frac{5}{4}=0$

Donc, les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires, donc les points K ; L et M sont alignés.

2. **<u>Solution vectorielle</u>** (sans repère).

a. Décomposer $\overrightarrow{KL}$ sur les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ .

$$\overrightarrow{KL}=\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{AL}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$$

b. Décomposer $\overrightarrow{KM}$ sur les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ , $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ .
En déduire une décomposition de $\overrightarrow{KM}$ sur les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ .

$$\overrightarrow{KM}=\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}$$
$$\overrightarrow{KM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$$
$$\overrightarrow{KM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})$$
$$\overrightarrow{KM}=\left(1-\frac{1}{6}\right)\overrightarrow{AB}+\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{6}\right)\overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{KM}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{10}{6}\overrightarrow{AC}$$

c. Montrer que K, L et M sont alignés.

$$\overrightarrow{KL}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{4}(2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB})$$
$$\overrightarrow{KM}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}+\frac{10}{6}\overrightarrow{AC}=\frac{5}{6}(2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB})$$

**Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires donc les points K ; L et M sont alignés.**