Sujet 44

EXERCICE 1 (5 points)

Cet exercice est un QCM et comprend cinq questions.
Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée, mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Question 1

$\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ pour :

a) $x = \frac{5\pi}{6}$	b) $x = \frac{4\pi}{3}$	c) $x = -\frac{\pi}{3}$	d) $x = - -\frac{\pi}{6}$

Question 2

Dans un plan muni d'un repère, on considère la droite (AB) passant par les points A(-2;7) et B(4 ;-5).
Un vecteur directeur de (AB) est :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$	b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-12\\6\end{pmatrix}$	c) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\-12\end{pmatrix}$	d) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-12\end{pmatrix}$

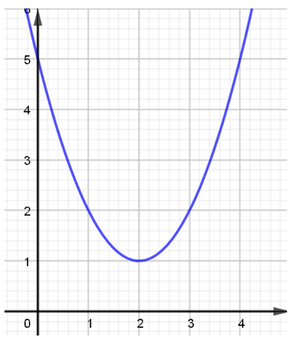
Question 3

Dans le plan muni d'un repère, la droite d'équation $y=-2x+5$ a pour vecteur directeur :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$	b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$	c) $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$	d) $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$

Question 4

Dans le plan muni d'un repère, la représentation graphique d'une parabole P est donnée ci-dessous, la forme canonique de son équation est :



a) $y=(x+2)^2+5$	b) $y=(x-5)^2+1$
c) $y=(x+1)^2+2$	d) $y=(x-2)^2+1$

Question 5

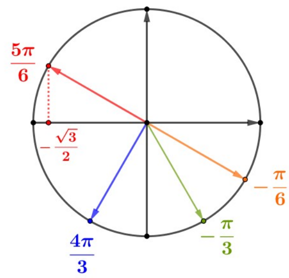
Soit le cercle d'équation cartésienne $(x+2)^2+(y-3)^2=9$ dans le plan muni d'un repère orthonormé.

a) Le cercle a pour centre C(-2;3)	b) Le cercle a pour centre C(3;-2)	c) Le cercle a pour rayon R= 9^2	d) Le cercle a pour centre C(2;3)

CORRECTION

Question 1 Réponse : a

Preuve non demandée



Question 2 Réponse : c

Preuve non demandée

$\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4+2 \\ -5-7 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$

Question 3 Réponse : b

Preuve non demandée

$\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation : y=-2x+5 et $-\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Question 4 Réponse : d

Preuve non demandée

Le sommet de la parabole P est le point S(2;1).

Question 5 Réponse : a

Preuve non demandée

$(x+2)^2+(y-3)^2=9$ est une équation cartésienne du cercle de centre C(-2;3) et de rayon 3.

EXERCICE 2 (5 points)

Soit la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x)=-x^3+3x^2+9x+5$.

Partie A

1. Quelle est l'image de 5 par p ?

2. Montrer que pour tout réel x, $p(x)=(5-x)(x^2+2x+1)$

3. En déduire le signe de p(x) sur $\mathbb{R}$.

Partie B

1. Déterminer la fonction dérivée de la fonction p.

2. Démontrer que la fonction p un maximum sur l'intervalle [0;5] dont on précisera la valeur.

CORRECTION

Pour tout nombre réel x, $p(x)=-x^3+3x^2+9x+5$

Partie A

1. $p(5)=-5^3+3\times5^2+9\times5+5=-125+3\times25+45+5=-125+75+50=$ **0**

2. $(5-x)(x^{22}x+1)=5x^2+10x+5-x^3-2x^2-x=-x^3+3x^2+9x+5=$ **p(x)**

3. $x^2+2x+1=(x+1)^2$ $p(x)=(5-x)(x+1)^2$
On donne le signe de p(x) sous la forme d'un tableau.

x	-∞		-1		5		+∞
5-x			+		0	–	
$(x+1)^2$		+	0		+		
p(x)		+	0	+	0	–	

Partie B

1. Pour tout nombre réel x, **p'(x) = -3x²+6x+9.**

2. On détermine le signe de p'(x) = $-3x^2+6x+9$
$\Delta=6^2-4\times9\times(-3)=36+108=144=12^2$
$x_1=\frac{-6+12}{-6}=\frac{6}{-6}=-1$ $x_2=\frac{-6-12}{-6}=\frac{-18}{-6}=3$
On donne les variations de la fonction p sous la forme d'un tableau.

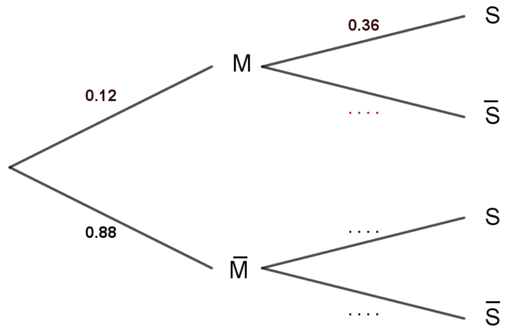
x	-∞		-1		3		5		+∞
p '(x)		–	0	+	0		–		
p(x)		↘	0	↗	32	↘	0	↘	

p admet un maximum sur [0;5] qui est égal à p(3)= -27+27+27+5= **32**.

EXERCICE 3 (5 points)

Au cours de l'hiver on observe dans une population 12 % des personnes malades.
Parmi les personnes malades, 36 % d'entre elles pratiquent une activité sportive régulièrement.
Parmi les personnes non malades, 54 % d'entre elles pratiquent une activité sportive régulièrement.
Une personne est choisie au hasard dans la population.
On note M l'événement « la personne est malade » et S l'événement « la personne a une activité sportive régulière ».
Dans cet exercice les résultats approchés seront donnés à 10^{-4} près.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré :



2.a. Quelle est la probabilité que la personne soit malade et qu'elle pratique une activité sportive régulièrement.

2.b. Montrer que la probabilité que la personne pratique une activité sportive régulièrement est égale à 0,5184.

3. La personne choisie n'a pas d'activité sportive régulière, quelle est la probabilité pour quelle soit malade.

4. Un journaliste annonce qu'une pratique régulière d'une activité sportive diminue par deux le risque de tomber malade.
Que peut-on conclure sur la pertinence de cette annonce ? Justifier.

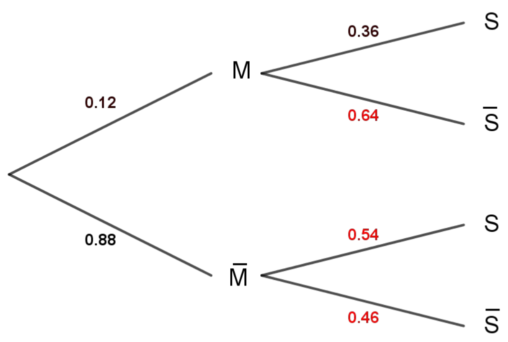
CORRECTION

1. $P_M(\bar{S})=1-P_M(S)=1-0{,}36=0{,}64$ **.**

Pour les personnes non malades, 54 % pratiquent une activité sportive régulièrement donc :

$P_{\bar{M}}(S)=0{,}54$ et $P_{\bar{M}}(\bar{S})=1-0{,}54=0{,}46$

On obtient l'arbre pondéré :



2.a. $P(M\cap S)=P(M)\times P_M(S)=0{,}12\times0{,}36=$ **0,0432.**

2.b. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales.

$P(S)=P(M\cap S)+P(\bar{M}\cap S)=0{,}0432+0{,}88\times0{,}54=0{,}0432+0{,}4752=$ **0,5184.**

3. On nous demande de calculer $P_{\bar{S}}(M)$.

$P_{\bar{S}}(M)=\dfrac{P(\bar{S}\cap M)}{P(\bar{S})}=\dfrac{0{,}12\times0{,}64}{1-0{,}5184}=\dfrac{0{,}0768}{0{,}4816}=$ **0,1595.**

4. On détermine la probabilité d'une personne ayant une activité sportive régulière, d'être malade.

$P_S(M)=\dfrac{P(S\cap M)}{P(S)}=\dfrac{0{,}0432}{0{,}5184}=$ **0,0833**

$2\times P_S(M)=0{,}1666>P_{\bar{S}}(M)=0{,}1595$

Donc on ne peut pas affirmer qu'une activité sportive diminue exactement par 2 le risque de tomber malade.

Remarque :

Si on arrondit au centième alors $P_S(M)=0{,}08$ et $P_{\bar{S}}(M)=0{,}16$ alors $2\times P_S(M)=P_{\bar{S}}(M)$.

L'annonce devient pertinente.

EXERCICE 4 (5 points)

En 2012, un artisan batelier a transporté 300 tonnes de marchandise sur sa péniche.
Il augmente sa cargaison chaque année de 11 % par rapport à l'année précédente.
On modélise alors la quantité en tonnes de marchandises transportées par l'artisan batelier par une suite (u_n) où pour tout entier naturel n, u_n est la quantité en tonnes de marchandises transportées en (2012+n).
Ainsi $u_0=300$.

1.a. Donner la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

1.b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

2. Le batelier décide qu'à partir de 1000 tonnes transportées dans l'année, il achètera une péniche plus grande.

2.a. Recopier et compléter l'algorithme suivant écrit en langage Python afin de déterminer en quelle année il devra changer de péniche.

```
u=300
n=0
while . . . . :
   u= . . . .
   n=n+1
```

2.b. En quelle année changera-t-il de péniche ?

3. Une tonne transportée est payée au batelier 15€.
La proposition : « le chiffre d'affaires total entre 2012 et 2019 de l'artisan batelier sera supérieur à 70000€ » est-elle vraie ? Justifier la réponse.

CORRECTION

1.a. Pour tout entier naturel n, $u_{n+1}=u_n+\frac{11}{100}\times u_n=(1+0,11)u_n=1,11\,u_n$.

(u_n) est une suite géométrique de raison $q=1,11$.

1.b. $u_0=300$.

Pour tout entier naturel n, **$u_n=u_0 x q^n=300x1,11^n$.**

2.a.

```
u=300
n=0
while u<=3000:
  u=  u*1.11
  n=n+1
```

2.b. Si on exécute le programme précédent on obtient n=12 donc **en 2012+12=2024 le batelier devra changer de péniche.**

On peut déterminer la valeur de n en utilisant la calculatrice.

$u_n>1000 \quad \Leftrightarrow \quad 300\times 1,11^n>1000 \quad \Leftrightarrow \quad 1,11^n>\frac{10}{3}=3,3\ldots$

Par balayage on obtient : $1,11^{10}=2,84$, $1,11^{11}=3,15$, $1,11^{12}=3,50$ donc n=12.

3. Le nombre de tonnes transportées par le batelier entre 2012 et 2019 est égal à :

$S=u_0+u-1+\ldots+u_7$ somme des huit premiers termes de la suite géométrique de premier terme $u_0=300$ et de raison $q=1,11$.

$qS-S=u_8-u_0=0,11\,S=300\times(1,11^8-1)$

$S=300\times\frac{1,11^8-1}{0,11}=3557,83$

Le chiffre d'affaires du batelier entre 2012 et 2019 est : $15\times 3557,83$ = **53367,45€.**

La proposition est fausse.