

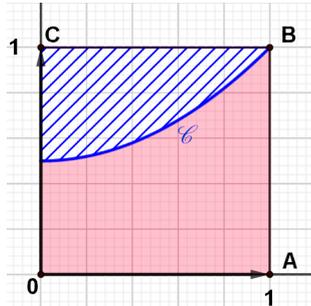
TP7

1. Préambule

On se propose de déterminer, sur un exemple simple, une valeur approchée de l'aire sous une courbe en utilisant la méthode de Monté Carlo (méthode probabiliste).

2. Énoncé

On trace, dans un repère orthonormé, la courbe \mathcal{C} représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $[0;1]$ par $f(x) = 0,5x^2 + 0,5$.



La courbe \mathcal{C} partage le carré OABC de côté 1 en deux parties. La première, hachurée en bleu, est située au-dessus de \mathcal{C} . La deuxième, colorée en rouge, est située en dessous de \mathcal{C} .

Déterminer l'aire de la partie de plan colorée en rouge.

3. Méthode

Si on choisit, au hasard, un point M intérieur au carré OABC, alors l'abscisse x de M est comprise entre 0 et 1 et l'ordonnée y de M est comprise entre 0 et 1.

On admet que la probabilité que ce point appartienne à la première partie est égale à l'aire de cette partie de même la probabilité que ce point appartienne à la deuxième partie est égale à l'aire de cette partie.

Pour obtenir une valeur approchée de l'aire de la deuxième partie, on effectue un grand nombre de simulations (1000 ; 10000 . . .) de choix au hasard d'un point situé dans le carré OABC et on détermine le nombre k de points appartenant à la deuxième partie.

La proportion de points appartenant à la deuxième partie est : $\frac{k}{n}$.

Cette proportion est une valeur approchée de la probabilité cherchée ou de l'aire de la deuxième partie.

4. Utilisation du logiciel Python

Remarque

L'instruction permettant d'obtenir un nombre réel, au hasard, compris entre 0 et 1 est `random()`.

Mais pour utiliser cette instruction, il faut écrire avant la ligne : `from random import*` (ne pas oublier *)

Programme

```
print('Début de programme')
print("Veuillez entrer un entier naturel n") # nombre de simulations
a=input()
n=int(a)
c=0
from random import*
for i in range(n):
    x=random()
    y=random()
    if y<=0.5*x**2+0.5:
        c=c+1
```

```
f=c/n
print("une valeur approchée de l'aire de la deuxième partie est:"+str(f))
print('fin de programme')
```

• **Exécution du programme**

- **n=1000**

```
Début de programme
Veuillez entrer un entier naturel n
1000
une valeur approchée de l'aire de la deuxième partie est:0.664
fin de programme
```

- **n=10000**

```
Début de programme
Veuillez entrer un entier naturel n
10000
une valeur approchée de l'aire de la deuxième partie est:0.6618
fin de programme
```

- **n=100000**

```
Début de programme
Veuillez entrer un entier naturel n
100000
une valeur approchée de l'aire de la deuxième partie est:0.66732
fin de programme
```

- **n=1000000**

```
Début de programme
Veuillez entrer un entier naturel n
1000000
une valeur approchée de l'aire de la deuxième partie est:0.666583
fin de programme
```

• **Remarque**

On peut démontrer que la valeur exacte de l'aire de la deuxième partie est égale à : $\frac{2}{3}$.