

Calculs algébriques

1. Rappels	p2	3. Exercices	p2
2. Identités remarquables	p2	4. Utilisation d'un logiciel de calcul formel	p4

1. Rappels

$$a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R} \text{ et } c \in \mathbb{R}$$

$$a(b+c) = ab+ac$$

de gauche à droite: on développe

de droite à gauche: on factorise

$$a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R}; c \in \mathbb{R} \text{ et } d \in \mathbb{R}$$

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$

Attention:

$$(2x) \times (5x^2) = 10x^3$$

$$(4x)^2 = 16x^2$$

2. Identités remarquables

$$a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

3. Exercices

1. En utilisant, les développements de $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$, compléter les égalités.

$$(x+\dots)^2 = \dots + \dots + 25$$

$$(\dots - \dots)^2 = x^2 - 6x + \dots$$

2. Développer:

$$(3x-4)^2$$

$$(-5x+2)^2$$

$$(5x-1)(2x+3)$$

$$\left(\frac{2}{5}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{2}\right)$$

$$2x(3x-1)$$

3. Factoriser:

$$x^2 - 14x + 49$$

$$81x^2 - \frac{1}{4}$$

$$4x^2 - 1 + (x+4)(2x-1)$$

Correction

1.

$$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

2.

$$\begin{aligned}(3x-4)^2 \\ &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2 \\ &= 9x^2 - 24x + 16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-5x+2)^2 \\ &= (2-5x)^2 \\ &= 2^2 - 2 \times 2 \times 5x + (5x)^2 \\ &= 4 - 20x + 25x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5x-1)(2x+3) \\ &= 10x^2 + 15x - 2x - 3 \\ &= 10x^2 + 13x - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{2}{5}x + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{4}{15}x^2 - x + \frac{1}{3}x - \frac{5}{4} \\ &= \frac{4}{15}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x(3x-1) \\ &= 6x^2 - 2x\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x^2 - 14x + 49 \\ &= (x-7)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}81x^2 - \frac{1}{4} \\ &= (9x)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \left(9x - \frac{1}{2}\right)\left(9x + \frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}4x^2 - 1 + (x+4)(2x-1) \\ &= (2x-1)(2x+1) + (x+4)(2x-1) \\ &= (2x-1)[(2x+1) + (x+4)] \\ &= (2x-1)(3x+5)\end{aligned}$$

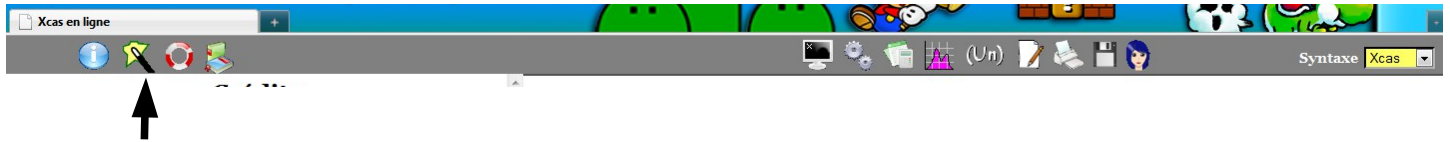
4. Utilisation d'un logiciel de calcul formel

On va utiliser un logiciel pour vérifier les développements de l'exercice 2. précédent.

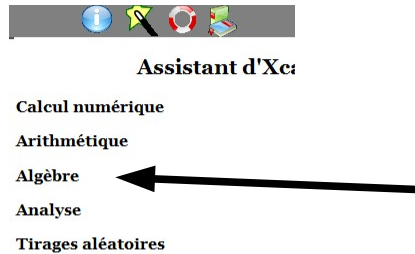
Le logiciel choisi est Xcas car ce logiciel est très complet pour la suite des études d'une part, d'autre part il est en ligne donc il n'est pas nécessaire de le télécharger et de l'installer pour l'utiliser. Toutefois, il est préférable d'avoir la dernière version de firefox sinon avec internet explorer, il sera nécessaire de télécharger des extensions avant de pouvoir utiliser xcas en ligne.

Dans google par exemple, on tape: « xcas en ligne »

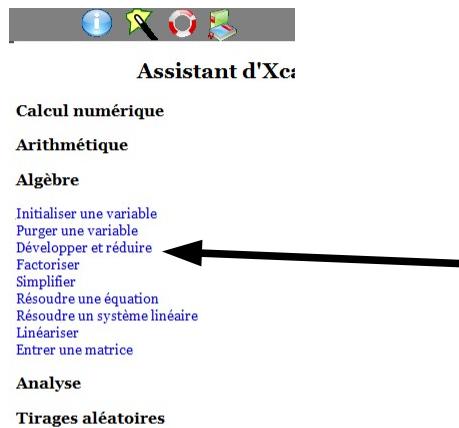
Dans le bandeau supérieur, on clique sur la 2^{ème} icône à partir de la gauche (icône assistant)



Dans la colonne de gauche, on choisit: « algèbre »



Puis , on choisit: « développer et réduire »



Dans la case « expression », on tape: $(3x+4)^2$ (^ signifie puissance), puis on clique sur « écrire et calculer »



Assistant d'Xcas

Calcul numérique

Arithmétique

Algèbre

Initialiser une variable

Purger une variable

Développer et réduire

expression : $(3x+4)^2$

Ecrire et calculer Ecrire sans calculer

Factoriser

Simplifier

Résoudre une équation

Résoudre un système linéaire

Linéariser

Entrer une matrice

Analyse

Tirages aléatoires

Dans la colonne de droite, on obtient: $\text{normal}((3x+4)^2)$

$$9x^2 + 24x + 16$$

Assistant d'Xcas en ligne

Calcul numérique

Arithmétique

Algèbre

Initialiser une variable

Purger une variable

Développer et réduire

expression : $(3x+4)^2$

Ecrire et calculer Ecrire sans calculer

Factoriser

Simplifier

Résoudre une équation

Résoudre un système linéaire

Linéariser

Entrer une matrice

Analyse

Tirages aléatoires

Xcas en ligne. Tapez une instruction dans cette console (assistant avec la bou

normal((3x+4)^2)

$9x^2 + 24x + 16$

Faire de même pour l' expression $(-5x+2)^2$

Pour l'expression $(5x-1)(2x+3)$, il faut taper $(5x-1)*(2x+3)$

Assistant d'Xcas en ligne

Calcul numérique

Arithmétique

Algèbre

Initialiser une variable

Purger une variable

Développer et réduire

expression : $(5x-1)*(2x+3)$

Ecrire et calculer Ecrire sans calculer

Factoriser

Simplifier

Résoudre une équation

Résoudre un système linéaire

Linéariser

Entrer une matrice

Analyse

Tirages aléatoires

Xcas en ligne. Tapez une instruction dans cette console (assistant avec la bouée).

normal((3x+4)^2)

$9x^2 + 24x + 16$

normal((-5x+2)^2)

$25x^2 + -20x + 4$

normal((5x-1)*(2x+3))

$10x^2 + 13x - 3$

Pour développer l'expression $(\frac{2}{5}x + \frac{1}{2})(\frac{2}{3}x - \frac{5}{2})$, on tape: $((2/5)*x+1/2)*((2/3)*x-5/2)$

Pour développer l'expression $2x(3x-1)$, on tape: $2x*(3x-1)$

Assistant d'Xcas en ligne

Calcul numérique

Arithmétique

Algèbre

Initialiser une variable
Purger une variable
Développer et réduire
expression : $2x*(3x-1)$
Ecrire et calculer Ecrire sans calculer

Factoriser
Simplifier
Résoudre une équation
Résoudre un système linéaire
Linéariser
Entrer une matrice

Analyse

Tirages aléatoires

Xcas en ligne. Tapez une instruction dans cette console (assistant avec la bou

normal((3x+4)^2)	$9x^2 + 24x + 16$
normal((-5x+2)^2)	$25x^2 - 20x + 4$
normal((5x-1)*(2x+3))	$10x^2 + 13x - 3$
normal(((2/5)*x+1/2)*((2/3)*x-5/2))	$\frac{4}{15}x^2 + \frac{-2}{3}x + \frac{-5}{4}$
normal(2x*(3x-1))	$6x^2 - 2x$

Maintenant, vérifions les factorisations de l'exercice 3.

Dans la colonne de gauche, on sélectionne factoriser

Assistant d'Xcas en li

Calcul numérique

Arithmétique

Algèbre

Initialiser une variable
Purger une variable
Développer et réduire
Factoriser
expression :
Ecrire et calculer Ecrire sans calculer

Simplifier
Résoudre une équation
Résoudre un système linéaire
Linéariser
Entrer une matrice

Analyse

Tirages aléatoires

Pour factoriser l'expression, $x^2-14x+49$, on écrit : « $x^2-14x+49$ » dans la colonne de gauche pour obtenir la réponse dans la colonne de droite.

De même avec les expressions: $81x^2 - \frac{1}{4}$ $4x^2-1+(x+4)(2x-1)$



Assistant d'Xcas en ligne

Calcul numérique

Arithmétique

Algèbre

Initialiser une variable

Purger une variable

Développer et réduire

Factoriser

expression : $4x^2-1+(x+4)(2x-1)$

Ecrire et calculer

Ecrire sans calculer

Simplifier

Résoudre une équation

Résoudre un système linéaire

Linéariser

Entrer une matrice

Analyse

Tirages aléatoires

Xcas en ligne. Tapez une instruction dans cette console (assistant avec la bouée).

normal((3x+4)^2)	$9x^2 + 24x + 16$
normal((-5x+2)^2)	$25x^2 + -20x + 4$
normal((5x-1)*(2x+3))	$10x^2 + 13x - 3$
normal(((2/5)*x+1/2)*((2/3)*x-5/2))	$\frac{4}{15}x^2 + \frac{-2}{3}x + \frac{-5}{4}$
normal(2x*(3x-1))	$6x^2 + -2x$
factor(x^2-14x+49)	$(x - 7)^2$
factor(81x^2-(1/4))	$\frac{(18x - 1)(18x + 1)}{4}$
factor(4x^2-1+(x+4)*(2x-1))	$(2x - 1)(3x + 5)$