Fiche exercices

EXERCICE 1

(O;I;J) est un repère orthonomé. (Unité de longueur : le centimètre)
1. Placer les points A(-1;3), B(2;-1), C(-1;-1), D(-2;1), E(1;3).
2. Calculer les longueurs AB, AC, BC, BD, AE et BE.
3. Préciser la nature des triangle ABC, ABD et ABE.

EXERCICE 2

(O;I;J) est unrepère orthonormé.

On considère les points A(-2;4), D(2;1), B(-5;-1), C(1;-2) et $K\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

1. Calculer les coordonnées du point L milieu de [AB].
2. Calculer les coordonnées du point M milieu de [BD].
3. Calculer les longueurs LK, MK et LM. Que peut-on en déduire ?

EXERCICE 3

(0;I;J) est un repère orthonomé. 'Unité de longueur : le centimètre)
1. Placer les points A(1;1), B(-2;3) et C(-1;-2).
2. Calculer les longueurs AB ; AC et BC.
3. Calculer les coordonnées du milieu K de [BC].
4. Calculer l'aire en cm^2 du triangle ABC.

EXERCICE 4

(O;I;J) est un repère orthonormé. (Unité de longueur : le centimètre)
1. Placer les points : A(1;5), B(-2;3), C(3;2), E(1;-1) et F(5;2).
2. Calculer les longueurs AB ; AC ; BC ; AE ; AF et EF.
3. En déduire la nature des triangles ABC et AEF.

EXERCICE 5

(O;I;J) est un repère orthonormé.
1. Placer les points : A(-1;3) ; B(-3;-1) ; K(1;-1).
2. Déterminer les coordonnées des points C et D tels que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme de centre K.

EXERCICE 6

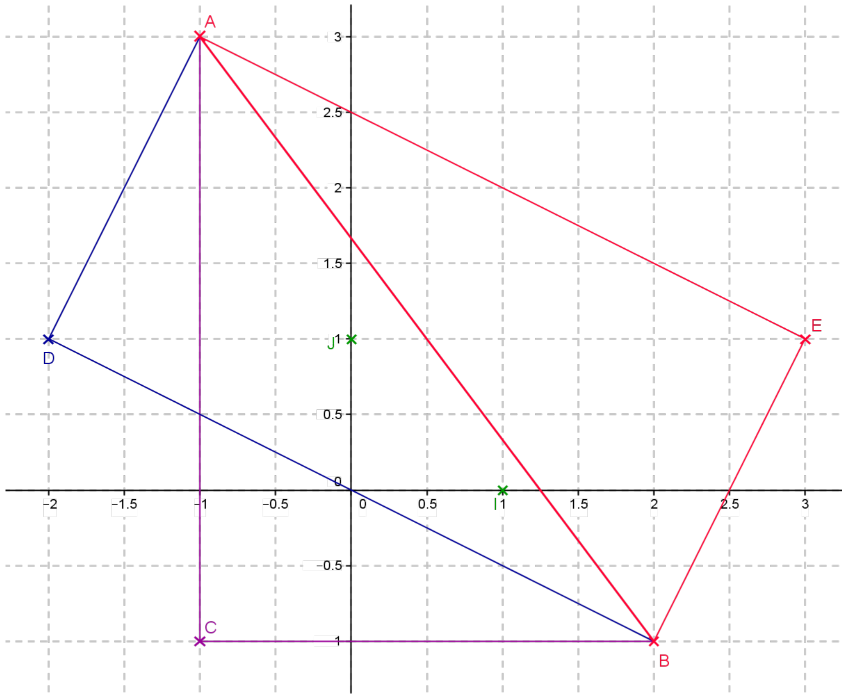
(O;I;J) est un repère orthonormé. (Unité de longueur : le centimètre)
1. Placer les points A(2;6) ; B(-1;1) ; C(5;-1).
2. Calculer les coordonnées du milieu K de [BC].
3. Démontrer que triangle ABC est isocèle.
4. Calculer la longueur AK et l'aire dutriangle ABC en cm^2.
5. Soit H le pied de la hauteur issue de C du triangle ABC.
Calculer la longueur CH.

CORRECTION

EXERCICE 1

(O;I;J) est un repère orthonormé. (Unité de longueur : le centimètre)

1. **Placer les points A(-1;3), B(2;-1), C(-1;-1), D(-2;1) et E(3;1).**



2. **Calculer les longueurs AB, AC, BC, AD, AE et BE.**

$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=(2+1)^2+(-1-3)^2=9+16=25$
$AB=\sqrt{25}=$ **5.**

$AC^2=(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2=(-1+1)^2+(-1-3)^2=0+16=16$
$AC=\sqrt{16}=$ **4.**

$BC^2=(x_C-x_B)^2+(Y_C-y_B)^2=(-1-2)^2+(-1+1)^2=9+0=9$
$BC=\sqrt{9}=$ **3.**

$AD^2=(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2=(-2+1)^2+(1-3)^2=1+4=5$
$AD=\sqrt{5}$

$BD^2=(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2=(-2-2)^2+(1+1)^2=16+4=20$
$BD=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$AE^2=(x_E-x_A)^2+(y_E-y_A)^2=(3+1)^2++(1-3)^2=16+4=20$
$AE=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$BE^2=(x_E-x_B)^2+(y_E-y_B)^2=(3-2)^2+(1+1)^2=1+4=5$
$BE=\sqrt{5}$

3. **Préciser la nature des triangles ABC, ABD et ABE**

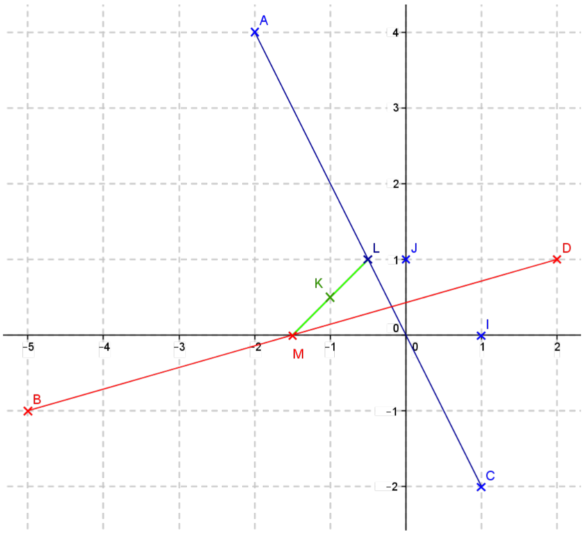
. On considère le triangle ABC
$AC^2+BC^2=16+9=25=AB^2$
En utilisant la réciproque du théorème de Pythagore
Le triangle ABC est rectangle en C.

- On considère le triangle ABD
  $AD^2+BD^2=5+20=25=AB^2$
  Le triangle ABD est rectangle en D.
- On considère le triangle ABE
  $AE^2+BE^2=20+5=25=AB^2$
  Le triangle ABE est rectangle en E.

EXERCICE 2

(O;I;J) est un repère orthonormé.

On considère les points A(-2;4), D(2;1), B(-5;-1), C(1;-2) et $K\left(-1\,;\frac{1}{2}\right)$



1. Calculer les coordonnées du point L milieu de [AB]

$x_K=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-2-1}{2}=-\frac{1}{2}$ $\quad y_K=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{4-2}{2}=1$ $\quad L\left(-\frac{1}{2}\,;1\right)$

2. Calculer les coordonnées du point M milieu de [BD]

$x_M=\frac{x_B+x_D}{2}=\frac{-5+2}{2}=-\frac{3}{2}$ $\quad y_M=\frac{y_B+y_D}{2}=\frac{-1+1}{2}=0$ $\quad M\left(-\frac{3}{2}\,;0\right)$

3. Calculer les longueurs LK, MK et LM. Que peut-on en déduire ?

- $LK^2=\left(-1+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-1\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ $\quad LK=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $MK^2=\left(-1+\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-0\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ $\quad MK=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $LM^2=\left(-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)^2+(0-1)^2=1+1=2$ $\quad ML=\sqrt{2}$

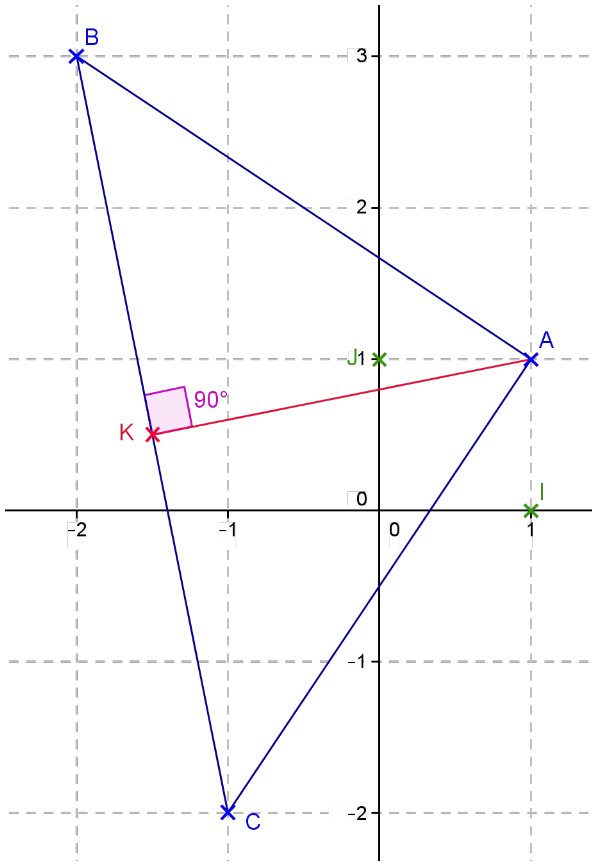
On a : $LK+MK=LM$ donc les points L,M et K sont alignés et LK=MK
Conclusion
K est le milieu de [LM]
On peut vérifier ce résultat en calculant les coordonnées du milieu de [LM].

$\frac{x_L+X_M}{2}=\frac{-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}}{2}=-1=x_K$ $\quad \frac{y_L+y_M}{2}=\frac{1+0}{2}=\frac{1}{2}=y_K$

EXERCICE 3

(O;I;J) est un repère orthonormé. (Unité de longueur : le centimètre)

1. Placer les points A(1;1), B(-2;3) et C(-1;-2)



2. Calculer les longueur AB, AC et BC.

$AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=(-2-1)^2+(3-1)^2=9+4=13$ $\qquad AB=\sqrt{13}$

$AC^2=(-1-1)^2+(-2-1)^2=4+9=13$ $\qquad AC=\sqrt{13}$

$BC^2=(-1+2)^2+(-2-3)^2=1+25=26$ $\qquad BC=\sqrt{26}$

$AB^2+AC^2=13+13=26=BC^2$ et $AB=AC=\sqrt{13}$

Conclusion

Le triangle ABC est rectangle isocèle en A.

3. Calculer les coordonnées du milieu K de [BC]

$x_K=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-2-1}{2}=-\frac{3}{2}$ $\qquad y_K=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$ $\qquad K\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$

4. Calculer l'aire en cm^2 du triangle ABC

$\mathcal{A}$ est l'aire du triangle ABC en cm^2.

Si on remarque que le triangle ABC est rectangle en A alors :

$\mathcal{A}=\frac{AB\times AC}{2}=\frac{\sqrt{13}\times\sqrt{13}}{2}=\frac{13}{2}\ cm^2$

On peut aussi remarquer que le triangle ABC est isocèle en A donc la médiane (AK) est aussi hauteur donc $\mathcal{A}=\frac{BC\times AK}{2}$.

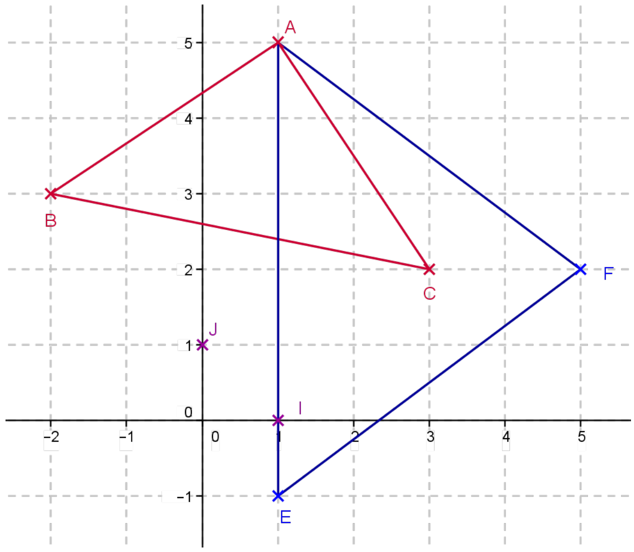
$AK^2=\left(-\frac{3}{2}-1\right)^2+\left(\frac{1}{2}-1\right)^2=\frac{25}{4}+\frac{1}{4}=\frac{26}{4}$ $\qquad AK=\frac{\sqrt{26}}{2}$ et $BC=\sqrt{26}$ donc $BC\times AK=\frac{26}{2}=13$

$\mathcal{A}=\frac{13}{2}cm^2$.

EXERCICE 4

(O;I;J) est un repère orthonormé. (Unité de longueur : le centimètre)

1. Placer les points : A(1;5), B(-2;3), C(3;2), E(1;-1) et F(5;2).



2. Calculer les longueurs Ab, AC, BC, AE, AF et EF.

$AB^2=(-2-1)^2+'3-5¿^2=9+4=13$ $\quad AB=\sqrt{13}$

$AC^2=(3-1)^2+(2-5)^2=4+9=13$ $\quad AC=\sqrt{13}$

$BC^2=(3+2)^2+(2-3)^2=25+1=26$ $\quad BC=\sqrt{26}$

$AE^2=(1-1)^2+(-1-5)^2=0+36=36$ $\quad AE=\sqrt{36}=6$

$AF^2=(5-1)^2+(2-5)^2=16+9=25$ $\quad AF=\sqrt{25}=5$

$EF^2=(5-1)^2+(2+1)^2=16+9=25$ $\quad EF=\sqrt{25}=5$

3. En déduire la nature des triangles ABC et AEF.

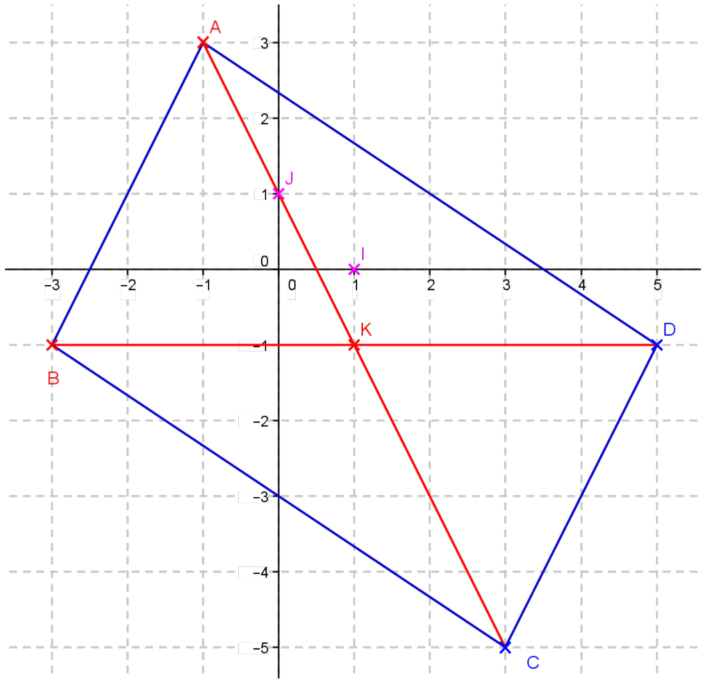
- Triangle ABC
  $AB^2+AC^2=13+13=26=BC^2$
  Le triangle ABC est rectangle en A.
  $AB=AC=\sqrt{13}$.
  Le triangle ABC est rectangle isocèle en A.

- Triangle AEF
  $AF=EF=5$
  Le triangle AEF est isocèle en F.
  $AE=6 \neq AF$ donc le triangle AEF n'est pas équilatéral.
  $AF^2+EF^2=25+25=50 \neq 36=AF^2$ Donc le triangle AEF n'est pas rectangle.

EXERCICE 5

(O;I;J) est un repère orthonormé

1. Placer les points A(-1;3), B(-3;-1) et K(1;-1)



2. Déterminer les coordonnées des points C et D tels que le quadrilatère ABCD soit parallélogramme de centre K.

ABCD est un parallélogramme de centre K si et seulement si K est le milieu de [AC] et de [BD].

$$x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1 + x_C}{2}$$

Donc $-1 + x_C = 2$ soit $x_C = 2 + 1 = 3$

$$y_K = y_A + y_C 2 = -1 = \frac{3 + y_C}{2}$$

Donc $3 + y_C = -2$ soit $y_C = -2 - 3 = -5$

C(3;-5)

$$x_K = \frac{x_B + x_D}{2} = 1 = \frac{-3 + x_D}{2}$$

Donc $-3 + x_D = 2$ soit $x_D = 2 + 3 = 5$

$$y_K = \frac{y_B + y_D}{2} = -1 = \frac{-1 + y_D}{2}$$

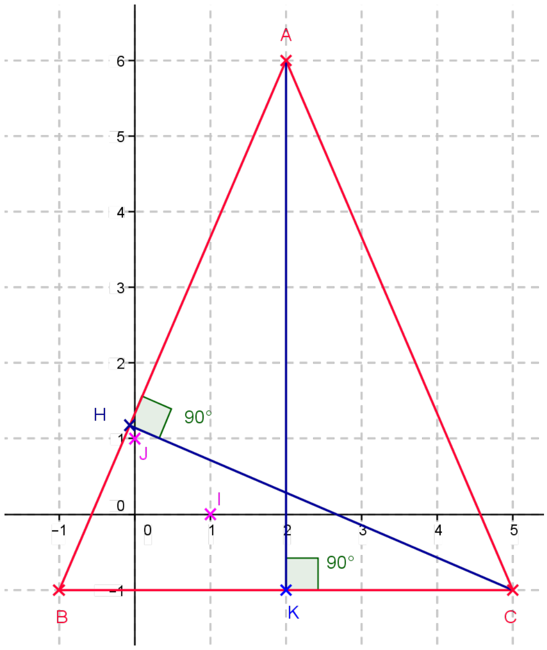
Donc $-1 + y_D = -2$ soit $y_D = -2 + 1 = -1$

D(5;-1)

EXERCICE 6

(O;I;J) est un repère orthonormé
Unité de longueur : le centimètre

1. Placer les points A(2;6), B(-1;-1) et C(5;-1)



2. **Calculer ler coordonnées du milieu K de [BC]**

$x_K = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-1+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ $y_K = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-1-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ **K(2:-1)**

3. **Démontrer que le triangle ABC est isocèle**

$AB^2 = (-1-2)^2 + (-1-6)^2 = 9+49 = 58$ $AB = \sqrt{58}$

$AC^2 = (5-2)^2 + (6+1)^2 = 9+49 = 58$ $AC = \sqrt{58}$

AB=AC donc le triangle ABC est isocèle en A.

Remarque

$BC^2 = (-1+1)^2 + (-1-5)^2 = 36$ $BC = \sqrt{36} = 6$

Le triangle ABC n'est ni équilatéral, ni rectangle.

4. **Calculer la longueur AK et l'aire du triangle ABC en cm^2 .**

$AK^2 = ¿(2-2)^2 + (6+1)^2 = 0+49 = 49$ $AK = \sqrt{49} = 7$.

Le triangle ABC est isocèle en A, donc la médiane issue de A est aussi hauteur.

L'aire du triangle ABC est : $\frac{BC \times AK}{2} = \frac{6 \times 7}{2} = 21\,cm^2$

5. **Soit H lepied de la hauteur issue de C du triangle ABC. Calculer CH**

L'aire du triange ABC est aussi égale à : $\frac{AB \times CH}{2}$.

Donc $\frac{AB \times CH}{2} = 21$ et $AB = \sqrt{58}$.

$\sqrt{58} \times CH = 42$ soit $CH = \frac{42}{\sqrt{58}} = \frac{42\sqrt{58}}{58} = \frac{21\sqrt{58}}{29}$

