Fiche exercices

EXERCICE 1

- ✔ Résoudre dans ℝ l'inéquation suivante d'inconnue x :
  $\frac{2x-3}{6}-\frac{5x-1}{3}\leq\frac{x+2}{2}$

- ✔ Résoudre dans ℝ l'inéquation suivante d'inconnue t :
  $\frac{3t+1}{14}-\frac{2t+3}{2}\leq\frac{-4t-3}{7}$

- ✔ Résoudre dans ℝ l'inéquation suivante d'inconnue x :
  $\frac{x+2}{2}-\frac{2x+1}{8}\geq\frac{x+13}{4}$

EXERCICE 2

Résoudre dans ℝ le système d''inéquations d'inconnue x :

$$\begin{cases}\frac{x+5}{5}-\frac{3x-2}{3}\geq\frac{5x+1}{2}\\ \frac{2x-6}{7}+\frac{5x+1}{3}\leq\frac{-x+3}{21}\end{cases}$$

EXERCICE 3

Déterminer le signe des polynômes suivants :

- ✔ $f(x)=-\frac{2}{3}x+1$

- ✔ $g(x)=\frac{5}{2}x-4$

Retrouver graphiquement les résultats.

EXERCICE 4

On considère la fonction f définie sur $[0;10]$

- si $x\in[0;4]$ $f(x)=1{,}2x$
- si $x\in]4;7]$ $f(x)=1{,}5x-1{,}2$
- si $x\in]7;10]$ $f(x)=-2x+23{,}3$

- ✔ Dresser le tableau de variations
- ✔ Construire la courbe représentative de f.

EXERCICE 5

- ✔ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante d'inconnue x :
  $\frac{1-2x}{35}-\frac{3x-1}{7}\geq\frac{2-4x}{5}$
- ✔ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante d'inconnue y :
  $\frac{7-13y}{20}+\frac{3y-2}{4}\geq\frac{1-5y}{5}+\frac{y}{2}$
- ✔ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante d'inconnue x :
  $(x-3)(2x+5)\geq 2(x+1)^2$

EXERCICE 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d''inéquations d'inconnue x :

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3}-\frac{1-3x}{6}\geq\frac{x+3}{2}-5 \\ \frac{x+4}{5}+\frac{6-2x}{3}\leq\frac{-9x+1}{15}+3 \end{cases}$$

EXERCICE 7

On considère la fonction f définie sur $[-3;7]$

- si $x\in[-3;0]$ $f(x)=-x-4$
- si $x\in]0;4]$ $f(x)=\frac{1}{2}x-4$
- si $x\in]4;7]$ $f(x)=x-6$

- ✔ Dresser le tableau de variations
- ✔ Construire la courbe représentative de f.

EXERCICE 8

Déterminer le signe du polynôme suivant :

- ✔ $f(x)=-\frac{5}{4}x+2$

Retrouver graphiquement les résultats.

CORRECTION

EXERCICE 1

✔ $\frac{2x-3}{6}-\frac{5x-1}{3}\leq\frac{x+2}{2}$

$\frac{2x-3}{6}-\frac{2(5x-1)}{6}\leq\frac{3(x+2)}{6}$

$2x-3-2(5x-1)\leq3(x+2)$

$2x-3-10x+2\leq3x+6$

$2x-10x-3x\leq3-2+6$

$-11x\leq7$ $x\geq\frac{7}{-11}$ $\boxed{S=[-\frac{7}{11};+\infty[}$

✔ $\frac{3t+1}{14}-\frac{2t+3}{2}\leq\frac{-4t-3}{7}$

$\frac{3t+1}{14}-\frac{7(2t+3)}{14}\leq\frac{2(-4t-3)}{14}$

$3t+1-7(2t+3)\leq2(-4t-3)$

$3t+1-14t-21\leq-8t-6$

$3t-14t+8t\leq-6-1+21$

$-3t\leq14$ $t\geq\frac{14}{-3}$ $\boxed{S=[-\frac{14}{3};+\infty[}$

✔ $\frac{x+2}{2}-\frac{2x+1}{8}\geq\frac{x+13}{4}$

$\frac{4(x+2)}{8}-\frac{(2x+1)}{8}\geq\frac{2(x+13)}{8}$

$4(x+2)-(2x+1)\geq2(x+13)$

$4x+8-2x-1\geq2x+26$

$4x-2x-2x\geq26-8+1$
$0x\geq19$

Or

$19>0$ donc $\boxed{S=\emptyset}$

EXERCICE 2

$$\begin{cases} \dfrac{x+5}{5}-\dfrac{3x-2}{3}\geq\dfrac{5x+1}{2} & (1) \\ \dfrac{2x-6}{7}+\dfrac{5x+1}{3}\leq\dfrac{-x-3}{21} & (2) \end{cases}$$

(1) $\dfrac{x+5}{5}-\dfrac{3x-2}{3}\geq\dfrac{5x+1}{2}$

$\dfrac{6(x+5)}{30}-\dfrac{10(3x-2)}{30}\geq\dfrac{15(5x+1)}{30}$

$6(x+5)-10(3x-2)\geq 15(5x+1)$

$6x+30-30x+20\geq 75x+15$

$6x-30x-75x\geq 15-30-20$

$-99x\geq -35$ $\quad$ (-99 < 0)

$x\leq\dfrac{-35}{-99}=\dfrac{35}{99}$ $\qquad$ $\boxed{S_1=]-\infty;\dfrac{35}{99}]}$

(2) $\dfrac{2x-6}{7}+\dfrac{5x+1}{3}\leq\dfrac{-x+3}{21}$

$\dfrac{3(2x-6)}{21}+\dfrac{7(5x+1)}{21}\leq\dfrac{-x+3}{21}$

$3(2x-6)+7(5x+1)\leq -x+3$

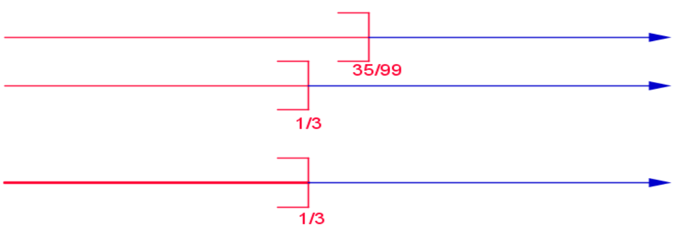
$6x-18+35x+7\leq -x+3$

$6x+35x+x\leq 3+18-7$

$42x\leq 14$ $\quad$ (42 >0)

$x\leq\dfrac{14}{42}=\dfrac{1}{3}$ $\qquad$ $\boxed{S_2=]-\infty;\dfrac{1}{3}]}$

$\boxed{S=S_1\cap S_2}$ $\qquad$ $\left(\dfrac{1}{3}=\dfrac{33}{99}<\dfrac{35}{99}\right)$



$\boxed{S=S_1\cap S_2=]-\infty;\dfrac{1}{3}]}$

EXERCICE 3

✔ $f(x)=-\frac{2}{3}x+1$ $\left(\frac{-2}{3}<0\right)$

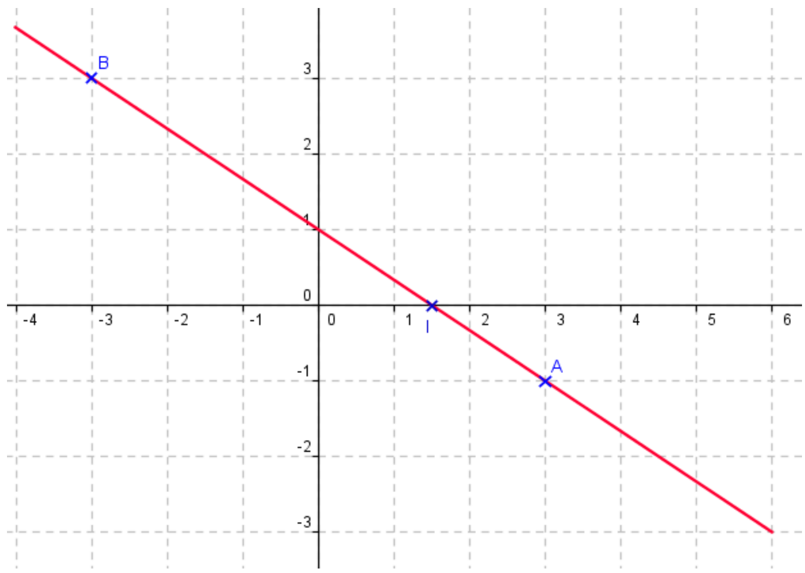
$-\frac{2}{3}x+1=0$

$-2x+3=0$

$2x=3$ $x=\frac{3}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

- La courbe représentative de f est une droite. $A(3;-1)$ $B(-3;3)$
- Le point d'intersection de la courbe représentative de f (c'est à dire de la droite (AB)) avec l'axe des abscisses est le point $I\left(\frac{3}{2};0\right)$
- Sur $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ la courbe représentative est strictement en dessous de l'axe des abscisses. Donc si $x\in\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ alors $f(x)<0$
- Sur $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ la courbe représentative est strictement au dessus de l'axe des abscisses. Donc si $x\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ alors $f(x)>0$



✔ $g(x)=\frac{5}{2}x-4$

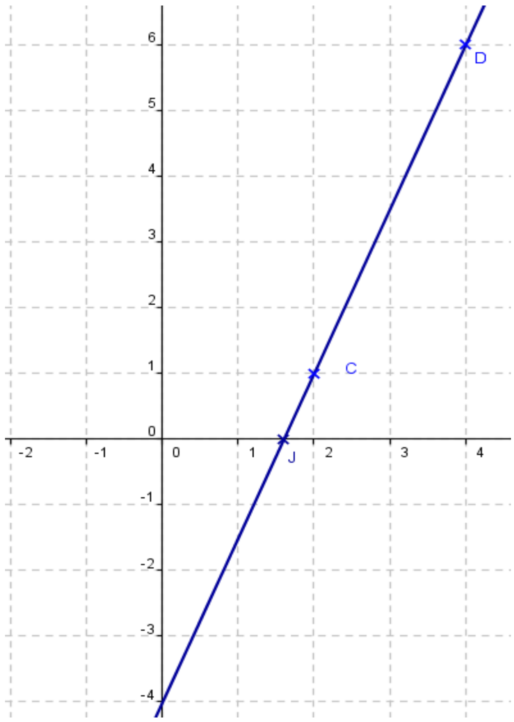
$(\frac{5}{2}>0)$

$\frac{5}{2}x-4=0$

$5x=8 \qquad x=\frac{8}{5}$

x	$-\infty$		$\frac{8}{5}$		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	

- La courbe représentative de g est une droite. $C(2;1)$ $D(4;6)$
- Le point d'intersection de la courbe représentative de g (c'est à dire de la droite (CD)) avec l'axe des abscisses est le point $J(\frac{8}{5};0)$
- Sur $]\frac{8}{5};+\infty[$ la courbe représentative est strictement au dessus de l'axe des abscisses. Donc si $x\in]\frac{8}{5};+\infty[$ alors $f(x)>0$
- Sur $]-\infty;\frac{8}{5}[$ la courbe représentative est strictement en dessous de l'axe des abscisses. Donc si $x\in]-\infty;\frac{8}{5}[$ alors $f(x)<0$



EXERCICE 4

On considère la fonction f définie sur $[0;10]$

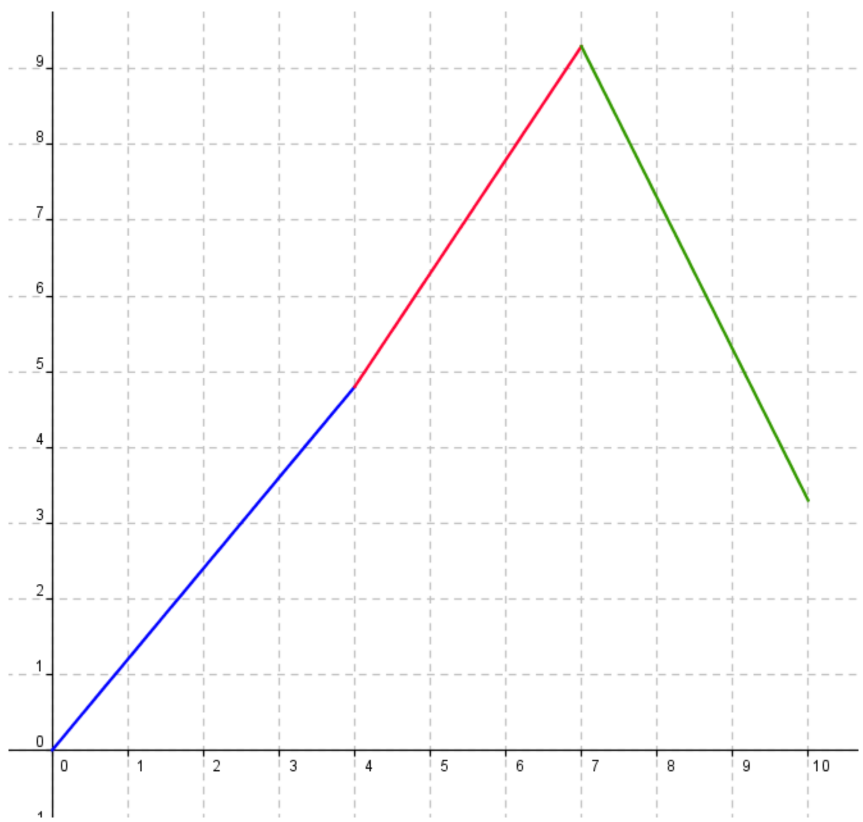
- si $x \in [0;4]$ $\quad f(x)=1{,}2x$
- si $x \in]4;7]$ $\quad f(x)=1{,}5x-1{,}2$
- si $x \in]7;10]$ $\quad f(x)=-2x+23{,}3$

Dresser le tableau de variations

- Sur $[0;4]$ f est une fonction affine : le coefficient directeur directeur de x est : 1,2 > 0
  donc $\boxed{\text{f est strictement croissante sur } [0;4]}$
- Sur $]4;7]$ f est une fonction affine : le coefficient directeur directeur de x est : 1,5 > 0
  donc $\boxed{\text{f est strictement croissante sur }]4;7]}$
- Sur $]7;10]$ f est une fonction affine : le coefficient directeur directeur de x est : -2 < 0
  donc $\boxed{\text{f est strictement décroissante sur }]7;10]}$

x	0	4	7	10
f(x)	0	4,8	9,3	3,3

✔ Construire la courbe représentative de f.



EXERCICE 5

- ✔ $\frac{1-2x}{35}-\frac{3x-1}{7}\geq\frac{2-4x}{5}$

$\frac{1-2x}{35}-\frac{5(3x-1)}{35}\geq\frac{7(2-4x)}{35}$

$1-2x-5(3x-1)\geq 7(2-4x)$

$1-2x-15x+5\geq 14-28x$

$-2x-15x+28x\geq 14-1-5$

$11x\geq 8$ (11 >0)

$x\geq\frac{8}{11}$ $\boxed{S=[\frac{8}{11};+\infty[}$

- ✔ $\frac{7-13y}{20}+\frac{3y-2}{4}\geq\frac{1-5y}{5}+\frac{y}{2}$

$\frac{7-13y}{20}+\frac{5(3y-2)}{20}\geq\frac{4(1-5y)}{20}+\frac{10y}{20}$

$7-13y+5(3y-2)\geq 4(1-5y)+10y$

$7-13y+15y-10\geq 4-20y+10y$

$-13y+15y+20y-10y\geq 4+10-7$

$12y\geq 7$ (12 > 0)

$y\geq\frac{7}{12}$ $\boxed{S=[\frac{7}{12};+\infty[}$

- ✔ $(x-3)(2x+5)\geq 2(x+1)^2$

$2x^2+5x-6x-15\geq 2(x^2+2x+1)$

$2x^2-x-15\geq 2x^2+4x+2$

$2x^2-2x^2-x-4x\geq 2+15$

$-5x\geq 17$ (-5 <0)

$x\leq-\frac{17}{5}$

EXERCICE 6

$$\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{1-3x}{6} \geq \dfrac{x+3}{2}-5 & (1) \\ \dfrac{x+4}{5}+\dfrac{6-2x}{3} \leq \dfrac{-9x+1}{15}+3 & (2) \end{cases}$$

(1)

$$\frac{2x-1}{3}-\frac{1-3x}{6} \geq \frac{x+3}{2}-5$$

$$\frac{2(2x-1)}{6}-\frac{1-3x}{6} \geq \frac{3(x+3)}{6}-\frac{30}{6}$$

$$2(2x-1)-1+3x \geq 3(x+3)-30$$

$$4x-2-1+3x \geq 3\text{x}+9-30$$

$$4x+3x-3\text{x} \geq +9-30+2+1$$

$$4x \geq -18 \quad (4>0)$$

$$x \geq -\frac{18}{4}$$

$$\boxed{S_1=[-\frac{9}{2};+\infty[}$$

(2)

$$\frac{x+4}{5}+\frac{6-2x}{3} \leq \frac{-9x+1}{15}+3$$

$$\frac{3(x+4)}{15}+\frac{5(6-2x)}{15} \leq \frac{-9x+1}{15}+\frac{45}{15}$$

$$3(x+4)+5(6-2x) \leq -9x+1+45$$

$$3x+12+30-10x \leq -9x+1+45$$

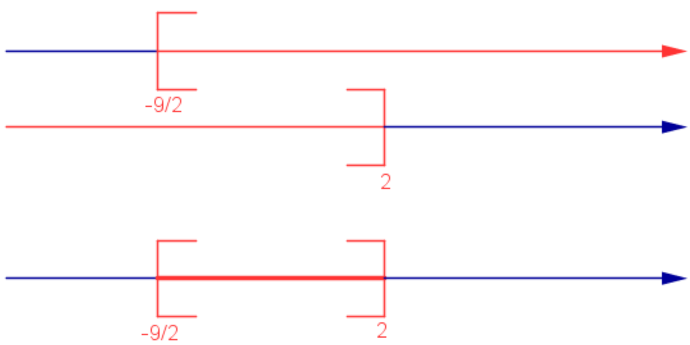
$$3x+9x-10x \leq +1+45-12-30$$

$$2x \leq 4$$

$$x \leq \frac{4}{2}=2$$

$$\boxed{S_2=]-\infty;2]}$$

$$\boxed{S=S_1 \cap S_2}$$



$$\boxed{S=[-\frac{9}{2};2]}$$

EXERCICE 7

On considère la fonction f définie sur $[-3;7]$

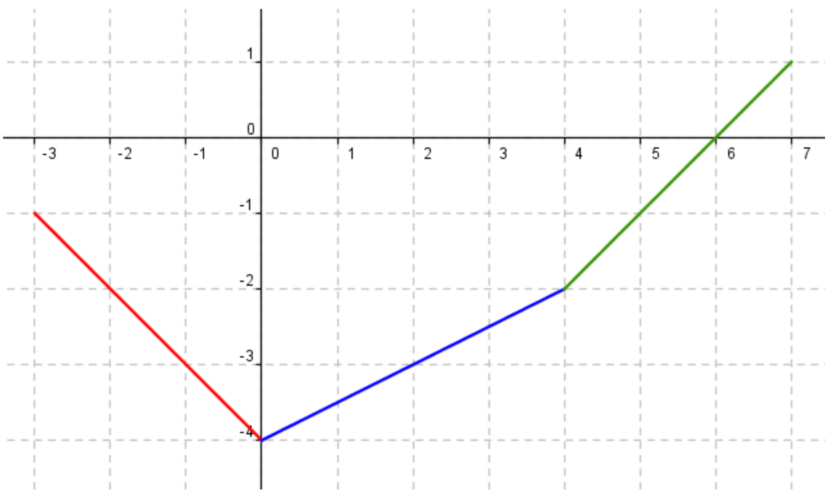
- si $x \in [-3;0]$ $\quad f(x) = -x-4$
- si $x \in]0;4]$ $\quad f(x) = \frac{1}{2}x-4$
- si $x \in]4;7]$ $\quad f(x) = x-6$

✔ Dresser le tableau de variations

- Sur $[-3;0]$ f est une fonction affine : le coefficient directeur directeur de x est : -1 < 0
  donc **f est strictement décroissante sur $[-3;0]$**
- Sur $]0;4]$ f est une fonction affine : le coefficient directeur directeur de x est : $\frac{1}{2} > 0$
  donc **f est strictement croissante sur $]0;4]$**
- Sur $]4;7]$ f est une fonction affine : le coefficient directeur directeur de x est : 1 > 0
  donc **f est strictement croissante sur $]4;7]$**

x	-3		0		4		7
f(x	-1	↘	-4	↗	-2	↗	1

✔ Construire la courbe représentative de f.



EXERCICE 8

✔ $f(x)=-\frac{5}{4}x+2$

$f(x)=0$ $\qquad -\frac{5}{4}x+2=0$

$-\frac{5}{4}x=-2$

$x=-2\times(-\frac{4}{5})$

$x=\frac{8}{5}$

Le coefficient de x est négatif : $-\frac{5}{4}<0$

x	$-\infty$	$\frac{8}{5}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

La représentation graphique de la fonction f est une droite $A(4;-3)$ et $B(0;2)$

- Le point d'intersection de la droite et de l'axe des abscisses est le point $I(\frac{8}{5};0)$
- Sur $]\frac{8}{5};+\infty[$ la courbe est strictement en dessous de l'axe des abscisses donc si $x\in]\frac{8}{5};+\infty[$ alors $f(x)<0$
- Sur $]-\infty;\frac{8}{5}[$ la courbe est strictement au dessus de l'axe des abscisses donc si alors $x\in]-\infty;\frac{8}{5}[$ $f(x)>0$