Géométrie de l'espace
Perspective cavalière
Solides de l'espace

1. Règles d'incidence	**p2**	**5. Pyramide**	**p4**
2. Perspective cavalière	**p2**	**6. Cône**	**p5**
3. Parons plans	**p2**	**7. Cylindre de révolution**	**p6**
4. Cube ou parallélépipède rectangle	**p3**	**8. Sphère**	**p7**

1. Règles d'incidence

- ✔ Il existe une unique droite passant par deux points distincts A et B de l'espace que l'on note (AB).
- ✔ Il existe un unique plan passant par trois points non alignés A, B, C de l'espace que l'on note (ABC).
- ✔ Si E et F sont deux points distincts d'un plan P de l'espace alors (EF) est contenue dans P.
- ✔ On peut utiliser les théorèmes de géométrie plane dans tout plan de l'espace.

2. Perspective cavalière

La perspective cavalière **conserve** :

- ✔ **L'alignement** c'est à dire 3 points alignés de l'espace sont représentés par trois points alignés du plan. Donc une droite est représentée en général par une droite (dans le cas très particulier où la droite de l'espace est supposée perpendiculaire au plan du dessin, alors la droite est représentée par un point.)
- ✔ **Le parallélisme** c'est à dire deux droites parallèles sont représentées en général par des droites parallèles du plan.
- ✔ **Les milieux** c'est à dire le milieu d'un segment de l'espace est représenté par le milieu du segment dessiné.

La perspective cavalière **ne conserve pas nécessairement** :

- ✔ **Les longueurs** c'est à dire la longueur dessinée n'est pas forcément à la longueur du segment dans l'espace.
- ✔ **Les angles droits** c'est à dire un angle droit de l'espace n'est pas nécessairement représenté par un angle droit dans le le plan du dessin.

Toutefois si le plan considéré dans l'espace est supposé parallèle au plan du dessin alors la face du solide de l'espace est alors représentée en « vraie grandeur » dans le plan du dessin en particulier, il y a alors conservation des longueurs et des angles droits.

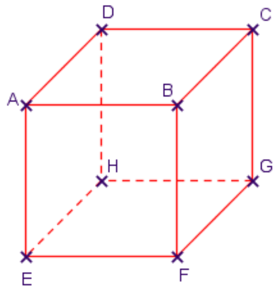
Les segments (ou les arcs) visibles sont dessinés en trait pleins, les éléments cachés sont dessinés en pointillés.

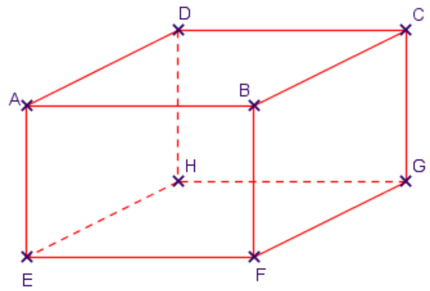
3. Patrons plans.

On peut construire certains solides de l'espace à partir de « patrons plans » par pliage.

4. Cube ou parallélépipède rectangle

4.1. Perspective cavalière



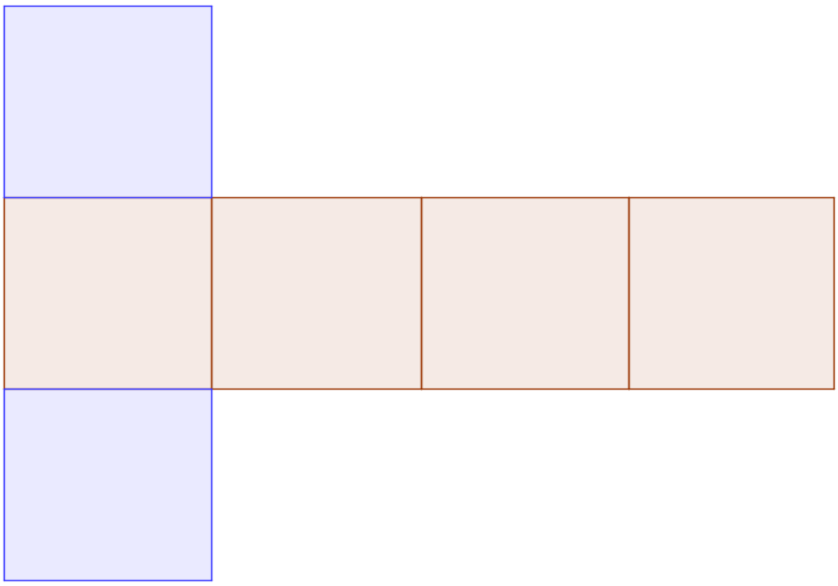


ABCDEFGH est un cube.
Les douze arêtes ont la même longueur.
Les 6 faces sont des carrés de côté : c

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.
4 arêtes ont pour longueur L
AD = BC = EH = FG = L
4 arêtes ont pour longueur l
AB = CD = EF = GH = l
4 arêtes ont pour longueur h
AE = BF = CG = DH = h
Les 6 faces sont des rectangles.

4.2. Patron du cube

Voici un patron du cube.



4.3. Volume et aire

- ✔ Cube

  Le volume d'un cube est : $\boxed{V = c^3}$

  L'aire du cube est : $\boxed{a = 6\,c^2}$

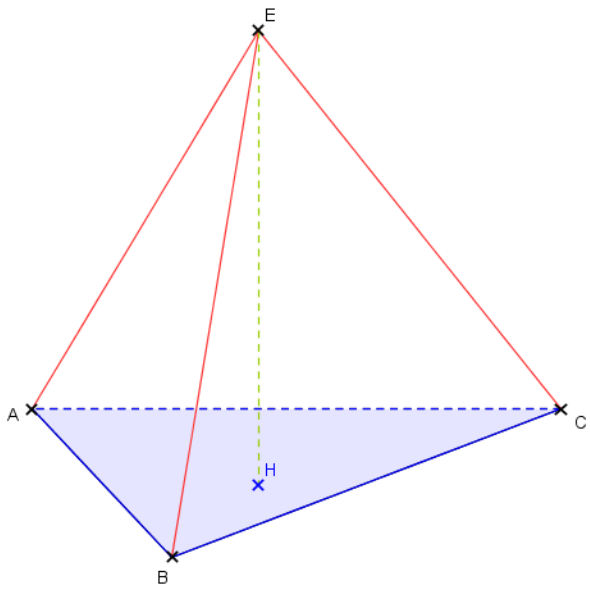
- ✔ Parallélépipède rectangle

Le volume d'un parallélépipède rectangle est : $\boxed{V = L \times l \times h}$

L'aire d'un parallélépipède rectangle est : $\boxed{a = 2\mathrm{Ll} + 2\mathrm{Lh} + 2\mathrm{lh}}$

5. Pyramide

5.1. Perspective cavalière



Exemple : Pyramide à base triangulaire

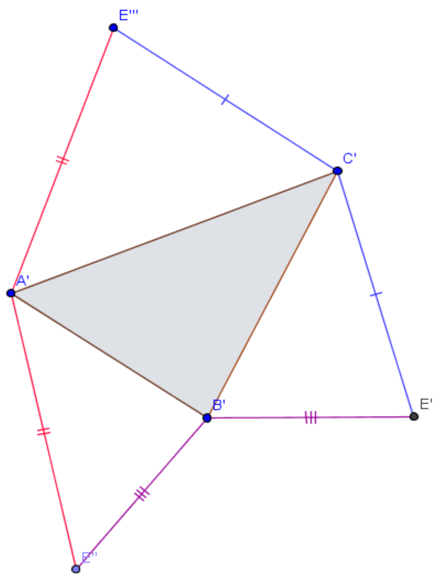
ABC est la base de la pyramide.

EH est la hauteur
E est le sommet

On nomme tétraèdre une pyramide à la base triangulaire

Le tétraèdre a 4 sommets et 4 faces.

5.2. Patron



On a A'E'' = A'E'''
B'E'' = B'E'
C'E' = C'E'''

5.3. Volume et aire

Le volume de la pyramide est : $\boxed{V=\frac{1}{3}\, base \times hauteur}$

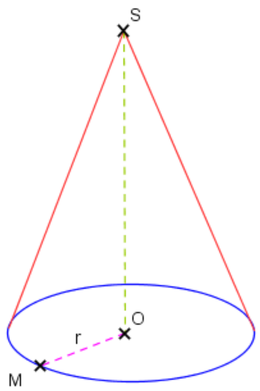
Pour l'exemple, aire de la base est l'aire du triangle ABC.

Pour calculer l'aire totale du tétraèdre, il faut calculer l'aire de chaque triangle.

6. Cône

6.1. Perspective cavalière

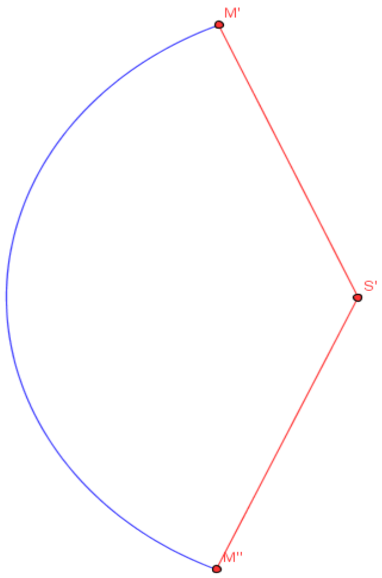
(Cas du cône de révolution)



La base est le disque de centre O et de rayon r.
OS est <u>la hauteur</u> du cône.
Le périmètre de la base est : $2\pi r$
Le triangle SOM est rectangle en O
Connaissant r et SO, on peut calculer son volume.

6.2. Patron

(Cas du cône de révolution)



Sur le disque de base S'M' = S'M'' = SM
La longueur de l'arc de cercle MM' de centre S' et de rayon S'M' est égale à $2\pi r$

Pour calculer une mesure de l'angle $\widehat{M'S'M''}=\theta$ en degré :

$$2\pi \times SM \times \frac{\theta}{360}=2\pi r$$

$$\boxed{\theta=\frac{r}{SM}\times 360}$$

6.3. Volume et aire

Le volume du cône de révolution est : $\boxed{V=\frac{1}{3}\, base \times hauteur}$

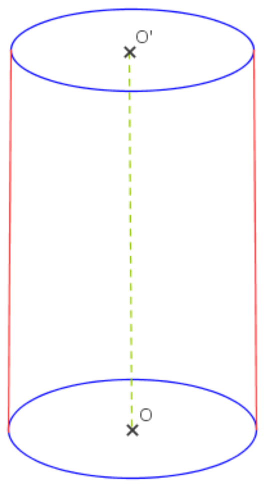
: $\boxed{V=\frac{1}{3}\pi r^2 \times h}$ h = OS

Aire latérale : $\boxed{a=\pi \times SM^2 \times \frac{\theta}{360}=\pi r \times SM}$

Pour obtenir l'aire totale, il faut ajouter l'aire du disque de centre O et de rayon r soit πr^2

7. Cylindre de révolution

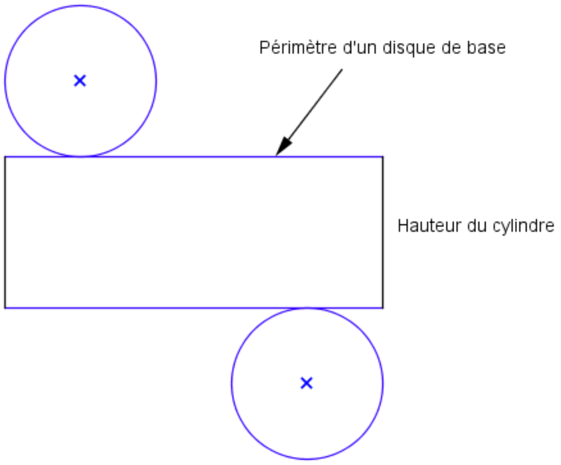
7.1. Perspective cavalière



La base est le cercle de centre O et de rayon r.
OO' est la hauteur du cylindre
Le périmètre de la base est $2\pi r$

7.2. Patron

(Cas du cylindre de révolution)



On obtient un rectangle dont la longueur des côtés est OO' = h (hauteur) et largeur = $2\pi r$

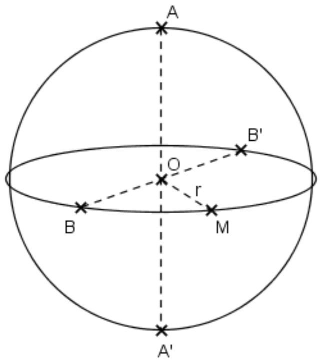
7.3. Volume et aire

Le volume d'un cylindre de révolution est : $\boxed{V = base \times hauteur}$

: $\boxed{V = \pi r^2 \times h}$

Aire latérale : $\boxed{a = \pi r \times h}$

8. Sphère



Sphère de centre O et de rayon r.
On ne peut pas construire de patron de la sphère.

Tout plan de l'espace passant par O coupe la sphère selon un grand cercle

Le volume de la sphère : $\boxed{V = \frac{4}{3} \pi r^3}$

Aire latérale : $\boxed{a = 4 \pi r^2}$