

Positions relatives de droites et plans

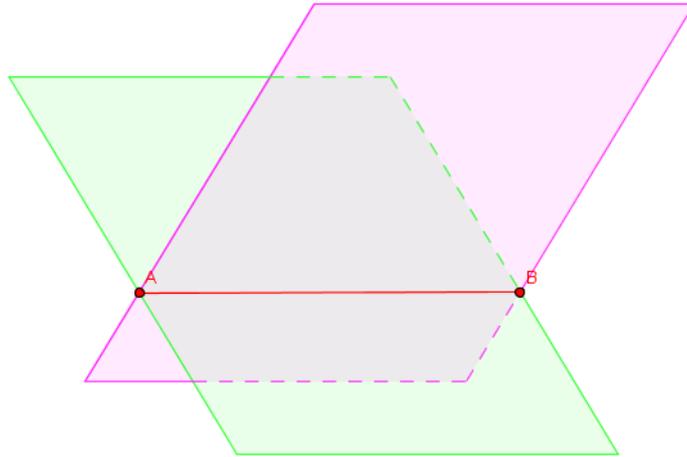
Parallélisme dans l'espace

1. Positions relatives de deux plans	p2	4. Parallélisme entre plans	p4
2. Positions relatives d'un plan et d'une droite	p2	5. Parallélisme entre droites	p6
3. Positions relatives de deux droites	p3	6. Parallélisme entre droites et plans	p6

1. Positions relatives de deux plans de l'espace

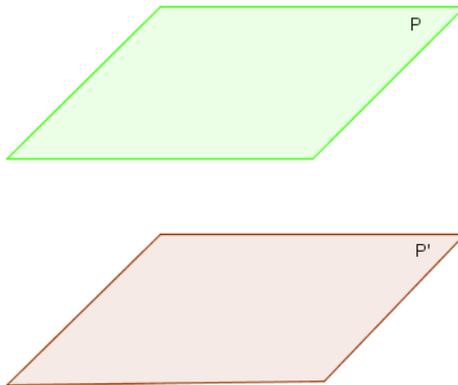
Deux plans P et P' de l'espace peuvent être :

- ✓ **confondus** : $P = P'$ ($P \cap P' = P$)
- ✓ **sécants** : leur intersection est alors une droite $P \cap P' = D$



Sur le dessin D est la droite (AB)

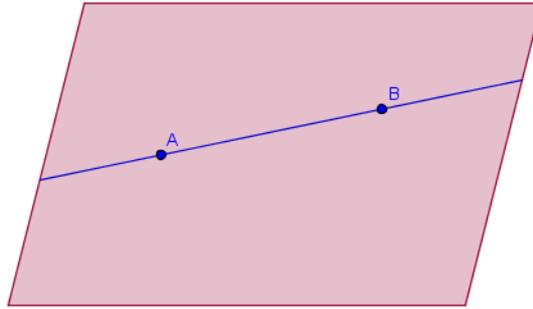
- ✓ **strictement parallèles** : alors leur intersection est l'ensemble vide. $P \cap P' = \emptyset$



2. Positions relatives d'un plan P et d'une droite D

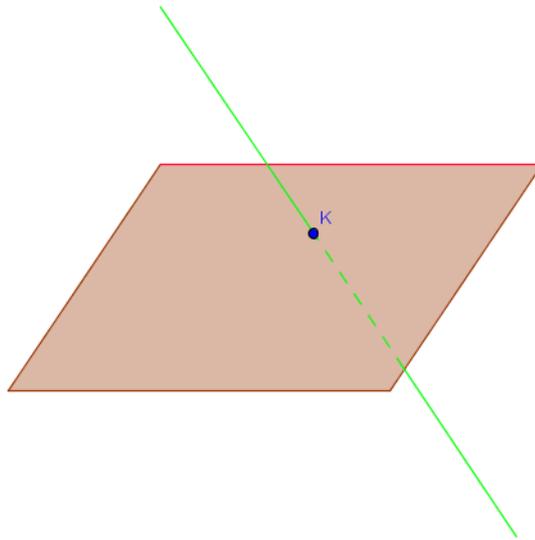
La droite D peut être

- ✓ **contenue** dans le plan P : ($P \cap D = D$)

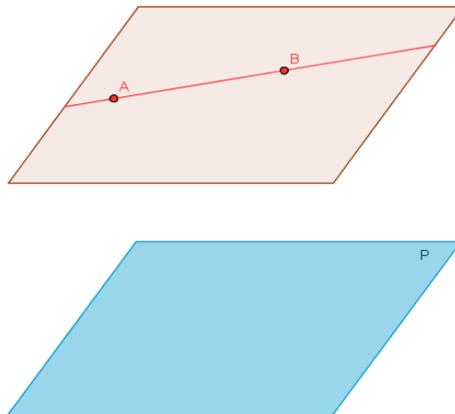


(sur le dessin la droite D est la droite (AB))

- ✓ **sécants** au plan P: leur intersection est alors un point $P \cap D = \{K\}$



- ✓ **strictement parallèles** au plan P: alors leur intersection est l'ensemble vide. $P \cap D = \emptyset$



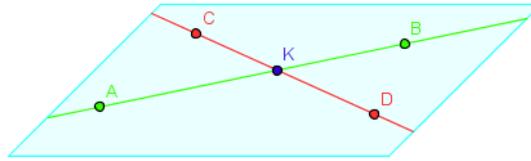
(La droite est alors contenue dans un plan strictement parallèle au plan P)

3. Positions relatives de deux droites de l'espace D et D'

Les droites D et D' peuvent être :

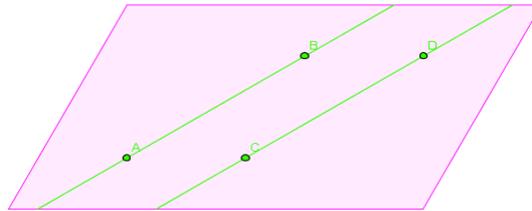
- ✓ **confondues** donc $D = D'$: $(D \cap D' = D)$

- ✓ **sécantes** : leur intersection est alors un point $D \cap D' = \{K\}$



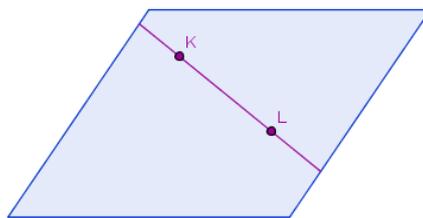
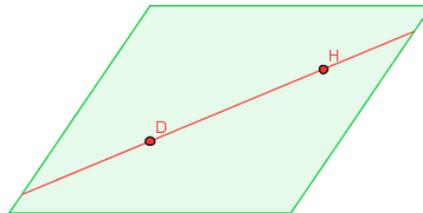
(Il existe un unique plan contenant les droites D et D')

- ✓ **strictement parallèles** alors leur intersection est l'ensemble vide. $D \cap D' = \emptyset$



(Il existe un unique plan contenant les droites D et D')

- ✓ **ni parallèles ni sécantes** : D et D' sont contenues respectivement dans deux plans strictement parallèles et les droites D et D' ne sont pas parallèles. Leur intersection est l'ensemble vide. $D \cap D' = \emptyset$



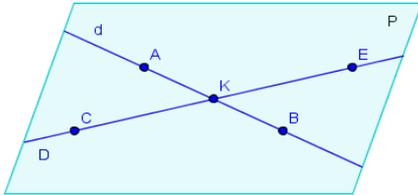
(Il n'existe pas de plan contenant les droites D et D'. On dit que ces droites **ne sont pas coplanaires**)

4. Parallélisme entre plans

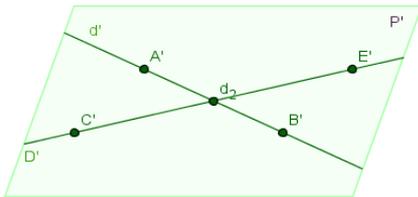
- ✓ Si deux plans P et P' sont parallèles à un même troisième plan P'' alors P et P' sont parallèles entre eux.

Si $P // P''$,
 $P' // P''$, alors $P // P'$

- ✓ Si deux droites sécantes d et D dans le plan P sont parallèles à deux droites sécantes d' et D' contenues dans le plan P' alors les plans P et P' sont parallèles.



Sur le dessin $d = (AB)$ $D = (CD)$
 $d' = (A'B')$ $D' = (C'D')$
 $d // d'$ et $D // D'$ et $P = (ABC)$ et $P' = (A'B'C')$
 $P // P'$



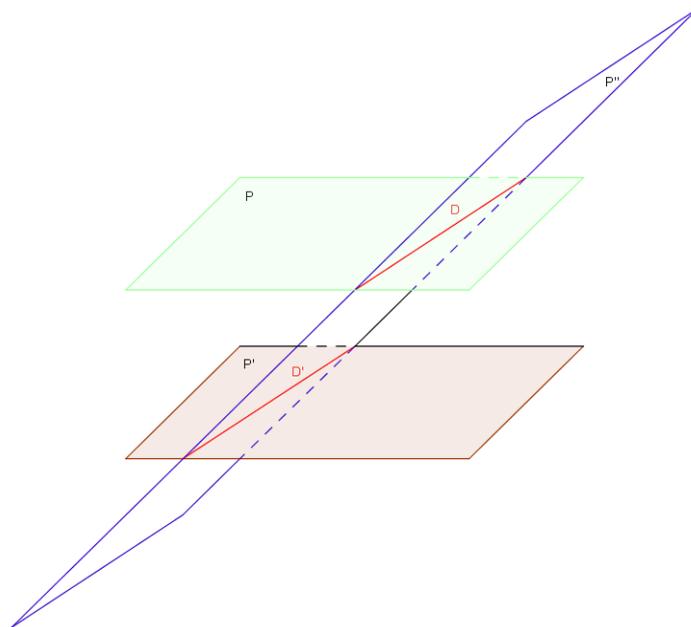
- ✓ Si deux plans P et P' sont strictement parallèles alors tout plan P'' sécant à l'un est sécant à l'autre et les deux droites d'intersection sont parallèles.

D est la droite d'intersection de P et P''

D' est la droite d'intersection de P' et P''

D est contenue dans P et D' est contenue dans P' or les plans P et P' sont strictement parallèles donc D et D' n'ont pas de point commun.

D et D' sont contenues dans le plan P'' et n'ont pas de point commun ces deux droites sont parallèles.

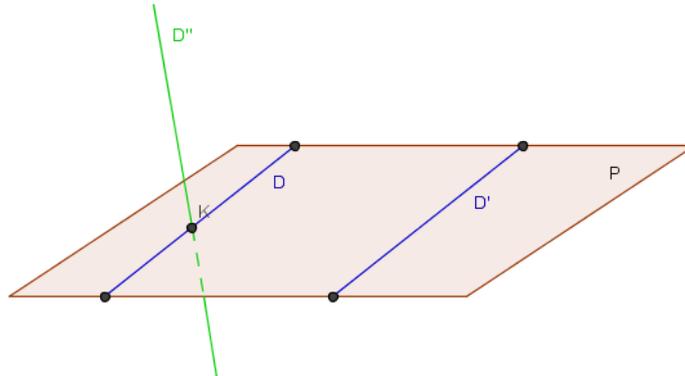


5. Parallélisme entre droites

- ✓ Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles.

$$\boxed{\begin{matrix} \text{Si } d // d' \\ d // d'' \end{matrix}, \text{ alors } d' // d''}$$

- ✓ Si deux droites sont parallèles alors tout plan sécant avec l'une est sécant avec l'autre.
- ✓ Attention si deux droites sont parallèles alors toute droite sécante avec l'une **n'est pas nécessairement sécante avec l'autre.**

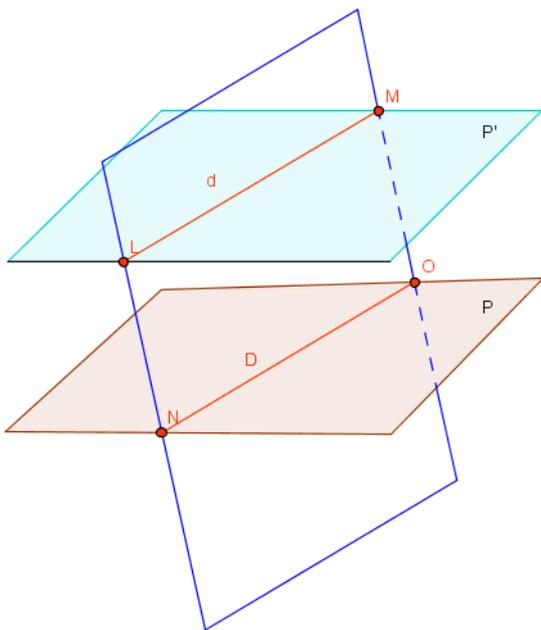


D et D' sont deux droites strictement parallèles contenues dans le plan P et D'' est une droite sécante à D et à P en K

Les droites D'' et D' ne sont pas coplanaires.

6. Parallélisme entre plan et droite

- ✓ Si la droite d est strictement parallèle au plan P alors il existe une droite D contenue dans P parallèle à d



D est contenue dans P' strictement parallèle P.

On considère un plan sécant à P' contenant d. ce plan est sécant à P et la droite d'intersection est D.

Les droites d et D sont parallèles.

- ✓ Si la droite D est parallèle à une droite d contenue dans le plan P alors D est parallèle à P