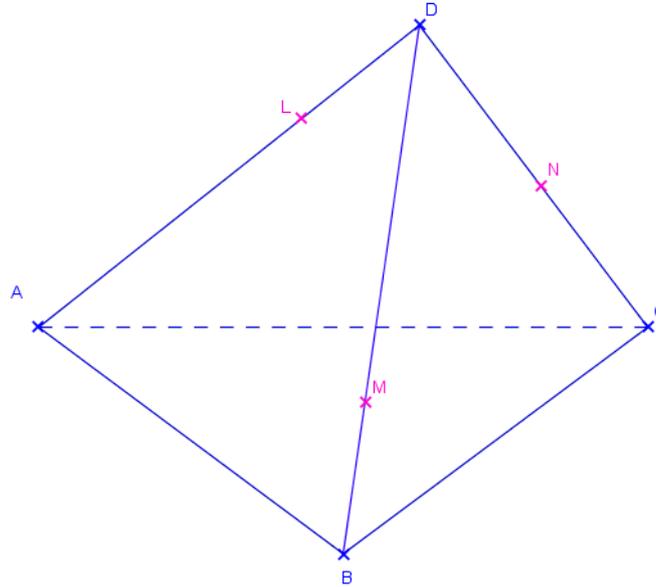


Fiche exercices

EXERCICE 1



ABCD est un tétraèdre. On considère les points  $L \in [AD]$ ;  $M \in [DB]$  et  $N \in [DC]$  tels que les droites  $(AB)$  et  $(LM)$  sont sécantes en I; les droites  $(AC)$  et  $(LN)$  sont sécantes en J; les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont sécantes en K.

1. Construire les points I; J et K.
2. Démontrer que les points I; J et K sont alignés.

EXERCICE 2

ABCD est un tétraèdre. I est le milieu de  $[BC]$  et K est le milieu de  $[AB]$ .

1. Construire le centre de gravité G du triangle ABC.
2. Démontrer que  $(DG)$  est la droite d'intersection des plans  $(DCK)$  et  $(DAI)$ .  
(On fera un dessin en perspective cavalière)

EXERCICE 3

ABCDEFGH est un cube.

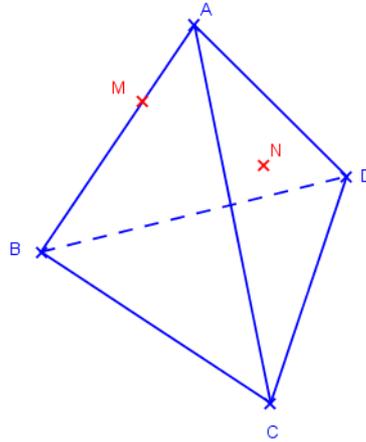
1. Quelle est la nature du quadrilatère AEGC?
2. I est le milieu de  $[AB]$ ; J est le milieu de  $[BC]$ . Démontrer que  $(IJ)$  est parallèle à  $(EG)$ .
3. Déterminer la droite d'intersection des plans  $(GEI)$  et  $(BCG)$ .  
(On fera un dessin en perspective cavalière)

EXERCICE 4

ABCD est un tétraèdre. I est le milieu de  $[AD]$ . J est le milieu de  $[BD]$ .  $K \in [DC]$ , mais K n'est pas le milieu de  $[DC]$ .

1. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (ABC).
2. Construire la droite (d) d'intersection des plans (IJK) et (ABC).
3. Que peut-on dire des droites (d) et (AB)?  
(On fera un dessin en perspective cavalière)

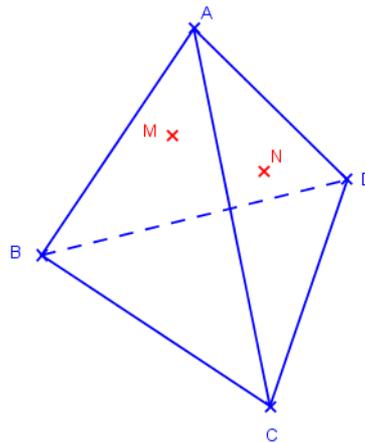
**EXERCICE 5**



ABCD est un tétraèdre.  $M \in [AB]$  et  $N \in (ACD)$

1. Construire le point d'intersection des droites (AN) et (CD).
2. Tracer la droite d'intersection des plans (ABN) et (BCD).
3. Construire le point d'intersection de la droite (MN) et du plan (BCD).

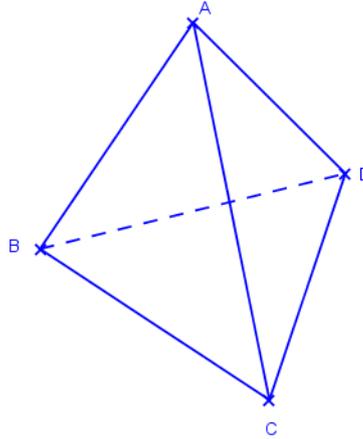
**EXERCICE 6**



ABCD est un tétraèdre.  $M \in (ABC)$  et  $N \in (ACD)$

Construire le point d'intersection de la droite (MN) et du plan (BCD).

**EXERCICE 7**



I est le milieu de  $[AB]$ .

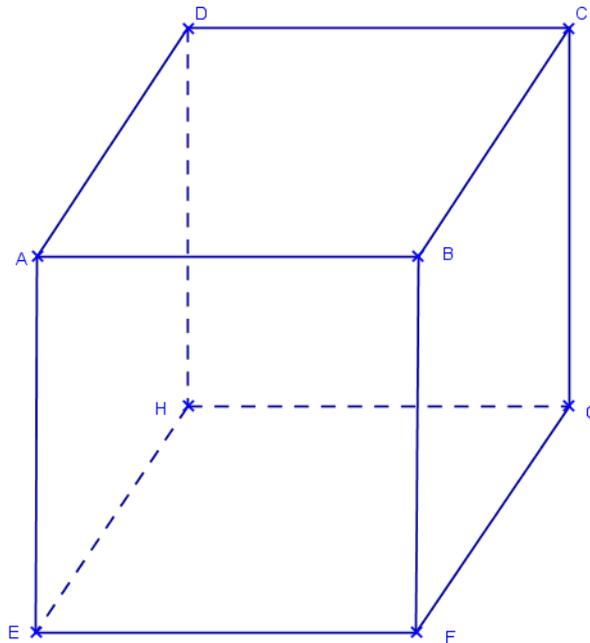
J est le milieu de  $[AC]$ .

K est le milieu de  $[DC]$ .

L est le milieu de  $[BD]$ .

1. Déterminer la nature du quadrilatère IJKL.
2. a) Déterminer la position relative du plan (IJKL) et de la droite (BC).
- b) Déterminer la position relative du plan (IJKL) et de la droite (AD).
- c) Peut-on conclure que les droites (BC) et (AD) sont parallèles?

### EXERCICE 8



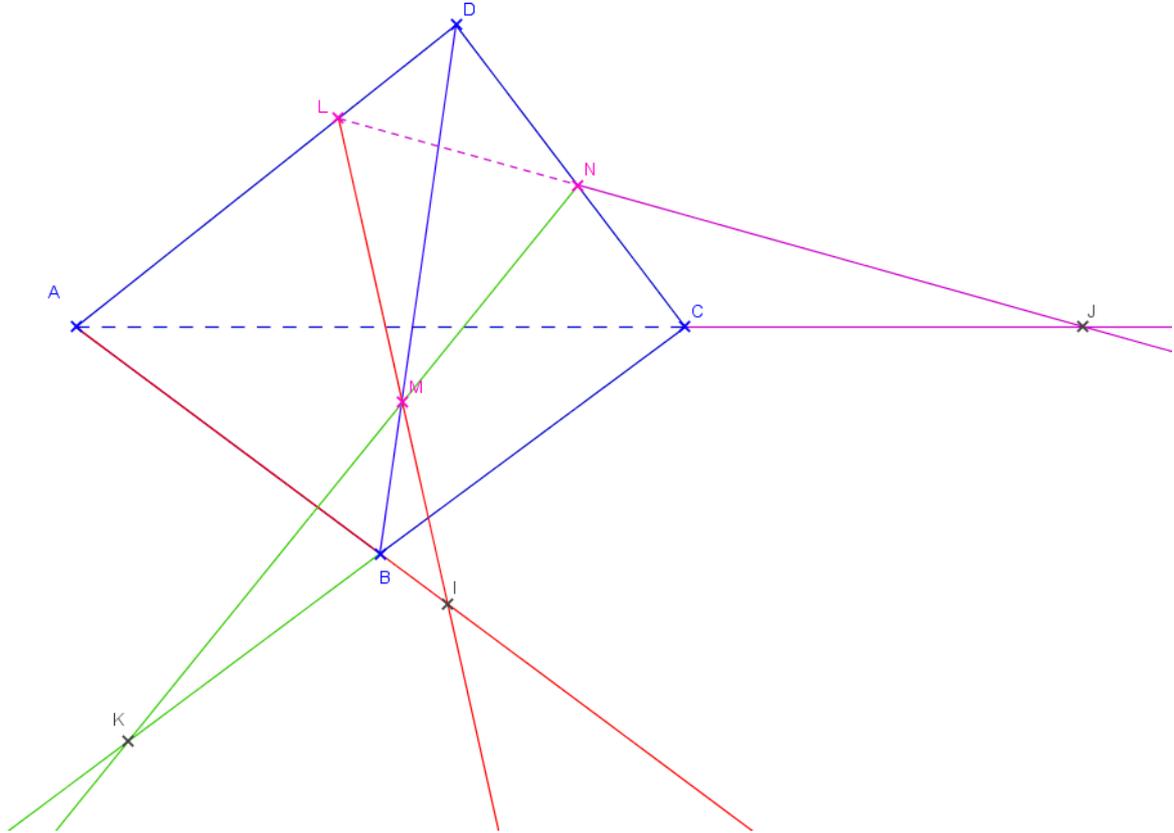
ABCDEFGH est un cube.

Déterminer la droite d'intersection du plan (EGD) et du plan (ACH).

Vérifier que cette droite est parallèle à (AC) et à (EG).

**CORRECTION**

**EXERCICE 1**



**1. Construire les points I, J et K**

Les droites  $(AB)$  et  $(LM)$  sont contenues dans le plan  $(ABD)$ ; elles sont sécantes en  $I$ .  
 Les droites  $(AC)$  et  $(LN)$  sont contenues dans le plan  $(ADC)$ ; elles sont sécantes en  $J$ .  
 Les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont contenues dans le plan  $(BCD)$ ; elles sont sécantes en  $K$ .

**2. Démontrer que les points I, J et K sont alignés**

Démontrer que les points  $I$ ;  $J$  et  $K$  sont alignés.

$\{I\} = (AB) \cap (LM)$  donc  $I \in (ABC)$  et  $I \in (LMN)$

$\{J\} = (AC) \cap (LN)$  donc  $J \in (ABC)$  et  $J \in (LMN)$

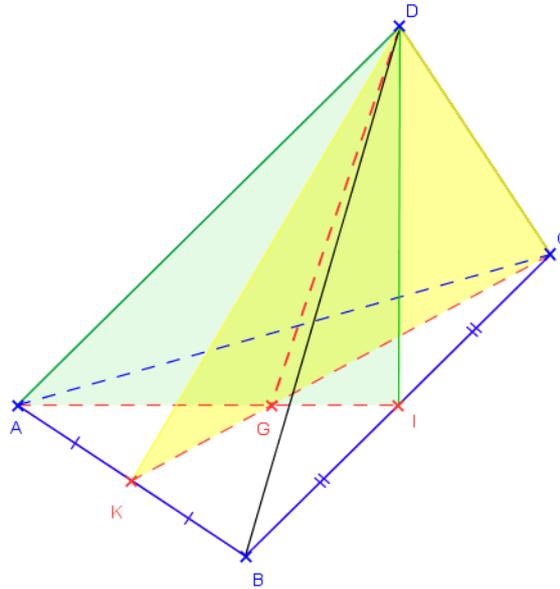
$\{K\} = (BC) \cap (MN)$  donc  $K \in (ABC)$  et  $K \in (LMN)$

Les plans  $(ABC)$  et  $(LMN)$  sont sécants. Ils ne sont pas confondus car par exemple  $L \notin (ABC)$  mais  $L \in (LMN)$  et ils ont au moins un point commun, par exemple le point  $I$ .

L'intersection de deux plans sécants est une droite  $(d)$ .

Les points  $I$ ;  $J$ ;  $K$  appartiennent donc à la droite  $(d)$  donc ces trois points sont alignés.

EXERCICE 2



1. Construire le centre de gravité G du triangle ABC

On trace les médianes [AI] et [CK] du triangle ABC. G centre de gravité du triangle ABC est leur point d'intersection.

2. Démontrer que la droite (DG) est la droite d'intersection des plans (DCK) et (DAI)

$A \notin (CDK)$  et  $A \in (DAI)$  donc les plans (DCK) et (DAI) ne sont pas confondus.

$D \in (CDK)$  et  $D \in (DAI)$  donc les plans (DCK) et (DAI) ont au moins un point commun.

Par suite, les deux plans sont sécants et leur intersection est une droite (d)

$$D \in (CDK) \cap (DAI)$$

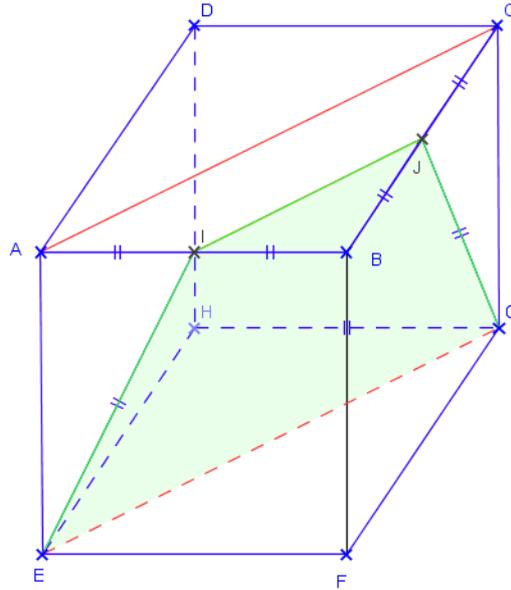
$$G \in (CK) \text{ donc } G \in (CDK)$$

$$G \in (AI) \text{ donc } G \in (DAI)$$

$$\text{Donc } G \in (CDK) \cap (DAI)$$

Donc la droite (d) est la droite (DG).

EXERCICE 3



1. Quelle est la nature du quadrilatère AEGC ?

AEHD est un carré donc (AE) et (HD) sont parallèles.

DHGC est un carré donc (CG) et (HD) sont parallèles.

Par suite, (AE) et (CG) sont parallèles.

Le plan (P) contenant ces deux droites est sécant aux deux plans strictement parallèles (ABCD) et (EFGH) donc les deux droites d'intersection sont parallèles et (AC) est parallèle à (EG).

Le quadrilatère ACGE qui a ses côtés opposés parallèles 2 à 2 donc ACGE est un parallélogramme. De plus, (CG) est perpendiculaire au plan (FGH) donc  $\widehat{CGE}$  est un angle droit.

Par suite, ACGE est un rectangle.

2. Démontrer que (IJ) est parallèle à (EG)

On considère le plan (ABC) c'est à dire le plan contenant la face ABCD du cube.

Dans le triangle ABC:

la droite (IJ) passe par I milieu de [AB] et J milieu de [BC] donc (IJ) est parallèle à (AC).

De plus, (AC) est parallèle à (EG).

Donc, (IJ) est parallèle à (EG).

3. Déterminer la droite d'intersection des plans (GEI) et (BCG)

$E \notin (BCG)$  et  $E \in (GEI)$  donc les plans (BCG) et (GEI) ne sont pas confondus.

$G \in (BCG)$  et  $G \in (GEI)$  donc les plans (BCG) et (GEI) ont au moins un point commun.

Par suite, les deux plans sont sécants et leur intersection est une droite (d)

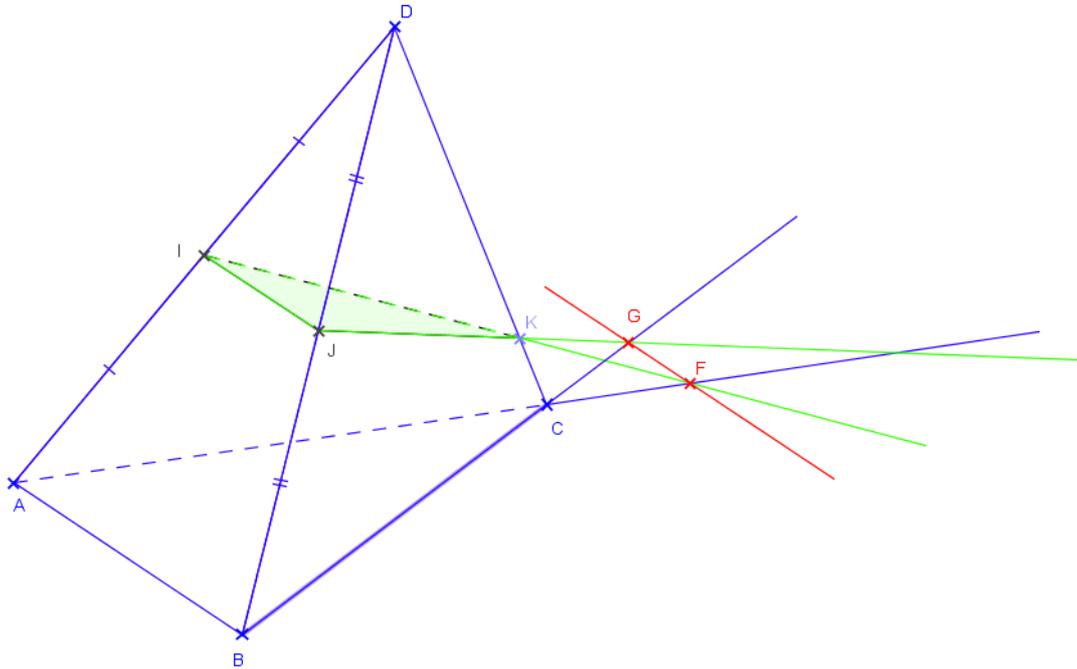
(IJ) est parallèle à (EG) donc  $J \in (GEI)$

$J \in (BC)$  donc  $J \in (BCG)$

Donc  $J \in (BCG) \cap (GEI)$

Conclusion: (GJ) est la droite d'intersection des deux plans.

EXERCICE 4



**1. Démontrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (ABC)**

On considère le plan (ABD).

Dans le triangle ABD

La droite (IJ) passe par I milieu de [AD] et J milieu de [BD] donc (IJ) est parallèle à (AB).

La droite (IJ) est parallèle à une droite contenue dans le plan (ABC) donc (IJ) est parallèle au plan (ABC).

$I \notin (ABC)$  donc la droite (IJ) est strictement parallèle au plan (ABC).

**2. Construire la droite (d) d'intersection des plans (IJK) et (ABC)**

Le point K n'est pas le milieu de [DC] donc (JK) n'est pas parallèle à (BC). On note G le point d'intersection de (JK) et (BC).

De même (IK) n'est pas parallèle à (AC). On note F le point d'intersection de (IK) et (AC).

$$G \in (IJK) \cap (ABC)$$

$$F \in (IJK) \cap (ABC)$$

La droite d'intersection (d) des plans (IJK) et (ABC) est la droite (GF).

**3. Que peut-on dire des droites (d) et (AB) ?**

(IJ) est strictement parallèle au plan (ABC) donc  $(IJ) \cap (ABC) = \emptyset$

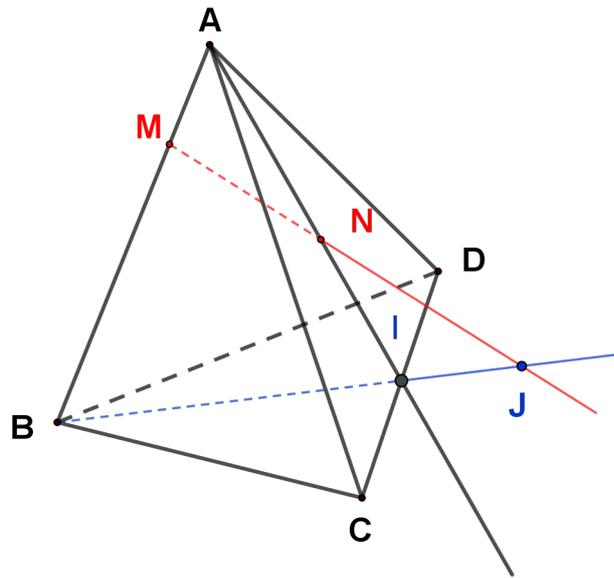
La droite (GF) est contenue dans le plan (ABC) donc  $(IJ) \cap (GF) = \emptyset$

Or les droites (IJ) et (GF) sont contenues dans le plan (IJK) donc les droites (IJ) et (GF) sont parallèles.

De plus (IJ) est parallèle à (AB)

Par suite, (AB) et (GF) sont parallèles.

EXERCICE 5



1. Construire le point d'intersection des droites (AN) et (CD)

Les droites (AN) et (CD) sont contenues dans le plan (ACD) elles sont sécantes en **I**.

2. Tracer la droite d'intersection des plans (ABN) et (BCD)

Le point A n'appartient pas au plan (BCD) donc les plans (BCD) et (ABM) ne sont pas confondus.

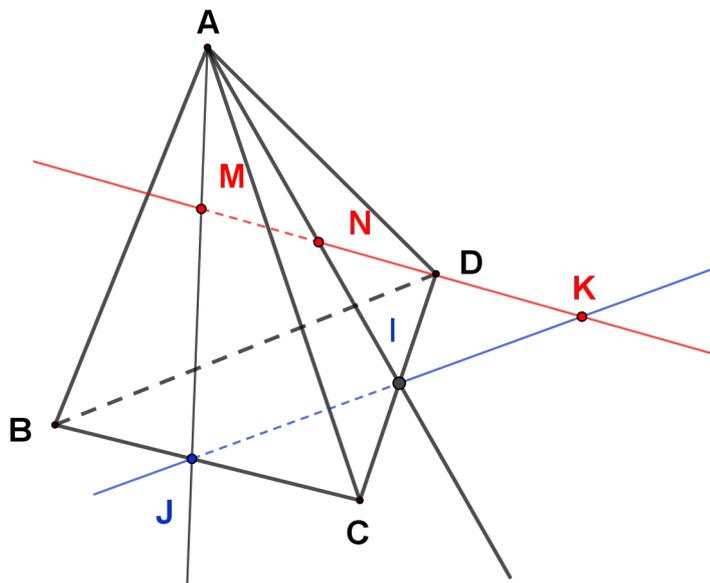
Les points B et I appartiennent aux plans (BCD) et (ABM) donc les plans (BCD) et (ABM) sont sécants et leur droite d'intersection est **(BI)**.

3. Construire le point d'intersection de la droite (MN) et du plan (BCI)

Les droites (MN) et (BI) sont contenues dans le plan (ABM), elles sont sécantes en J.

(BI) est contenue dans le plan (BCD) et le point M n'appartient pas au plan (BCD) donc la droite (MN) coupe le plan (BCD) en **J**.

EXERCICE 6



**Construire le point d'intersection de la droite (MN) et du plan(BCD)**

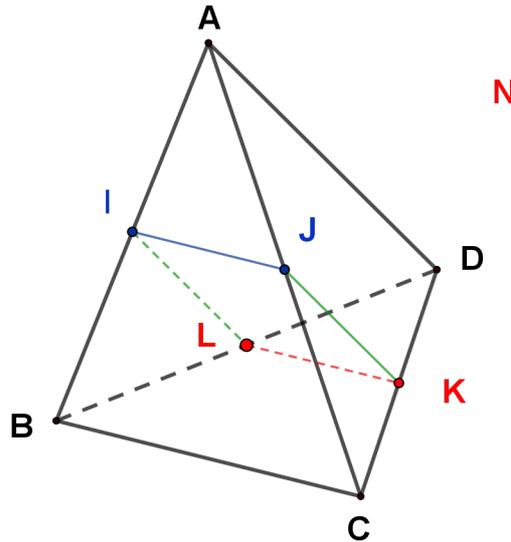
Les droites (AN) et (CD) sont sécantes en I.

Les droites (AM) et (BC) sont sécantes en J.

Les droites (IJ) et (MN) sont contenues dans le plan (AIJ), elles sont sécantes en K.

La droite (IJ) est contenue dans le plan (BCD) donc la droite (MN) coupe le plan (BCD) en **K**.

**EXERCICE 7**



**1. Déterminer la nature du quadrilatère IJKL**

Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB], J est le milieu de [AC] donc la droite (IJ) est parallèle à la droite (BC).

Dans le triangle BCD, L est le milieu de [BD], K est le milieu de [DC] donc la droite (LK) est parallèle à la droite (BC).

Conséquence

(IJ) et (LK) sont parallèles à (BC) donc (IJ) et (KL) sont parallèles.

- . On démontre de même que les droites (IL) et (JK) sont parallèles.
- . Le quadrilatère IJKL a ses côtés parallèles deux à deux donc **IJKL est un parallélogramme.**

**2.a. Déterminer la position relative du plan (IJKL) et de la droite (BC)**

(BC) est parallèle à (IJ) contenue dans le plan (IJKL) donc **(BC) est parallèle au plan (IJKL).**

**2.b. Déterminer la position relative du plan (IJKL) et de la droite (AD)**

(AD) est parallèle à (IL) contenue dans le plan (IJKL) donc **(AD) est parallèle au plan (IJKL).**

**2.c. Peut-on conclure que les droites (BC) et (AD) sont parallèles ?**

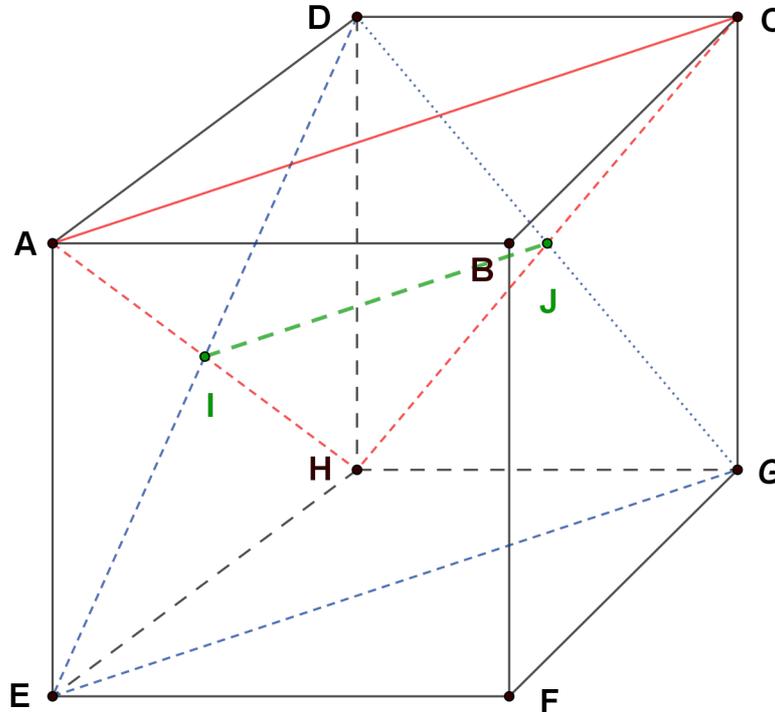
Les droites (BC) et (AD) ne sont pas parallèles car les quatre points A, B, C et D ne sont pas coplanaires ABCD est un tétraèdre non aplati).

Conséquence

**Deux droites parallèles à un même plan ne sont pas nécessairement parallèles.**

EXERCICE 8

Déterminer la droite d'intersection du plan (EGD) et du plan (ACH)  
Vérifier que cette droite est parallèle à (AC) et à (EG)



[DE], [DG] et [EG] sont trois diagonales de faces du cube.  
De même [AC], [AH] et [HC] sont trois diagonales de faces du cube.  
Le point D n'appartient pas au plan (ACH) donc les plans (EGD) et (ACH) ne sont pas confondus  
I est le point d'intersection de [AH] et [ED] (donc le centre du carré ADHE)  
J est le point d'intersection de [HC] et [DG] (donc le centre du carré CDHG)  
I et J appartiennent aux deux plans (ACH) et (EGD) ces deux plans sont donc sécants et leur droite d'intersection est **(IJ)**.  
Dans le triangle ACH, le point I est le milieu de [AH] et J est le milieu de [CH] donc la droite (IJ) est parallèle à la droite (AC).  
Dans le triangle DEG, le point I est le milieu de [DE] et J est le milieu de [DG] donc la droite (IJ) est parallèle à la droite (EG).  
Le quadrilatère ACEG est un rectangle donc les droites (AC) et (EG) sont parallèles.  
Conclusion  
La droite (IJ) est parallèle aux droites (AC) et (EG).