

Fiche exercices

EXERCICE 1

Écrire les ensembles suivants sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle et représenter ces ensembles.

- ✓ $A = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 10\}$
- ✓ $B = \{x \in \mathbb{R}, x > -3\}$
- ✓ $C = \{x \in \mathbb{R}, x > -4 \text{ et } x \leq 5\}$
- ✓ $D = \{x \in \mathbb{R}, x < -2 \text{ ou } x \geq 2\}$
- ✓ $E = \{x \in \mathbb{R}, x \geq -1 \text{ et } x \leq 1\}$

EXERCICE 2

Écrire sous forme d'intervalle (ou de réunion d'intervalles) les réunions et les intersections suivantes :

$A \cap B$ et $A \cup B$

- ✓ $A = [-2; 5]$ $B =]1; +\infty[$
- ✓ $A = [-4; 2[$ $B =]-\infty; 4]$
- ✓ $A =]-3; 4]$ $B = [1; 6[$
- ✓ $A =]-4; 1[\cup]5; +\infty[$ $B = [-2; 7]$
- ✓ $A =]-\infty; -2] \cup]3; +\infty[$ $B =]-\infty; 4[\cup [8; +\infty[$

EXERCICE 3

Dans une classe de 35 élèves, tous les élèves étudient l'espagnol **ou** l'allemand.

28 élèves étudient l'espagnol.

13 élèves étudient l'allemand.

- ✓ Combien d'élèves de la classe étudient l'espagnol **et** l'allemand.
- ✓ Combien d'élèves de la classe étudient l'espagnol **et n'étudient pas** l'allemand.
- ✓ Combien d'élèves de la classe étudient l'allemand **et n'étudient pas** l'espagnol.

EXERCICE 4

Écrire les ensembles suivants sous la forme d'un intervalle ou d'une réunion d'intervalle et représenter ces ensembles.

- ✓ $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 5\}$
- ✓ $B = \{x \in \mathbb{R}, x \leq -2\}$
- ✓ $C = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 2 \text{ et } x \leq 3\}$
- ✓ $D = \{x \in \mathbb{R}, x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1\}$
- ✓ $E = \{x \in \mathbb{R}, x \leq -1 \text{ et } x \geq 1\}$

EXERCICE 5

Écrire sous forme d'intervalle (ou de réunion d'intervalles) les réunions et les intersections suivantes :

$A \cap B$ et $A \cup B$

- ✓ $A = [2; 3]$ $B =]1; 5]$
- ✓ $A = [-3; 1]$ $B = [0; 8]$
- ✓ $A =]-\infty; 1[\cup]5; +\infty[$ $B =]-\infty; -4[\cup]-2; +\infty[$

EXERCICE 6

Dans un lycée, on considère un groupe de 44 élèves de première étudiant **au moins l'une** des langues étrangères suivantes : Anglais, Allemand, Espagnol.

42 élèves étudient l'anglais **ou** l'allemand.

43 élèves étudient l'anglais **ou** l'espagnol.

40 élèves étudient l'allemand **ou** l'espagnol.

3 élèves étudient l'anglais **et** l'allemand **et** l'espagnol.

5 élèves étudient l'allemand **et** l'espagnol **et n'étudient pas** l'anglais.

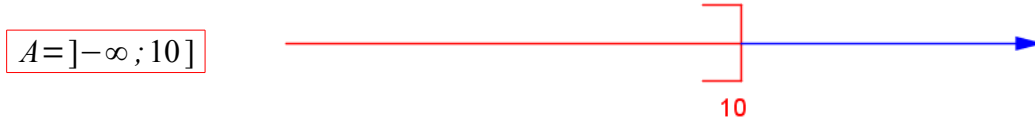
25 élèves étudient l'espagnol.

- ✓ Combien d'élèves étudient l'anglais.
- ✓ Combien d'élèves étudient l'allemand.

CORRECTION

EXERCICE 1

✓ $A = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 10\}$



Intervalle fermé « moins l'infini, dix »

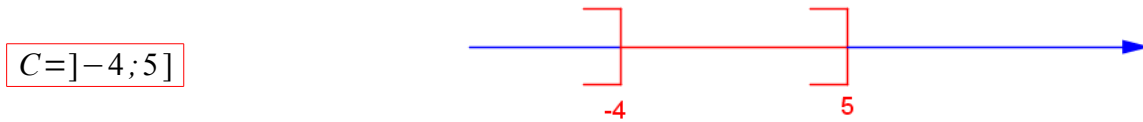
✓ $B = \{x \in \mathbb{R}, x > -3\}$



Intervalle ouvert « moins 3, plus l'infini »

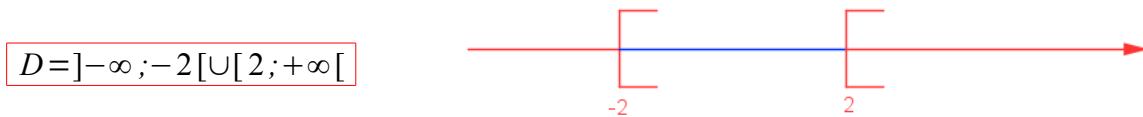
EXERCICE 2

✓ $C = \{x \in \mathbb{R}, x > -4 \text{ et } x \leq 5\}$



Intervalle semi ouvert « moins quatre, cinq, moins quatre exclu »

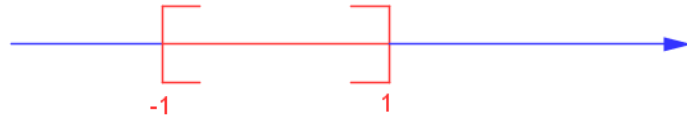
✓ $D = \{x \in \mathbb{R}, x < -2 \text{ ou } x \geq 2\}$



La réunion de l'intervalle ouvert « moins l'infini, moins deux » et de l'intervalle fermé « deux, plus l'infini »

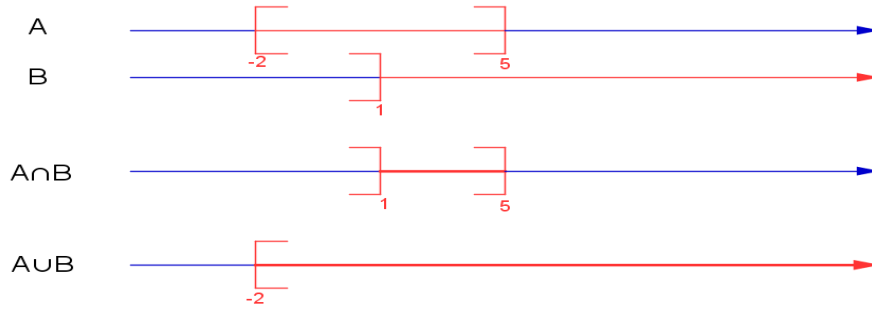
✓ $E = \{x \in \mathbb{R}, x \geq -1 \text{ et } x \leq 1\}$

$E = [-1; 1]$



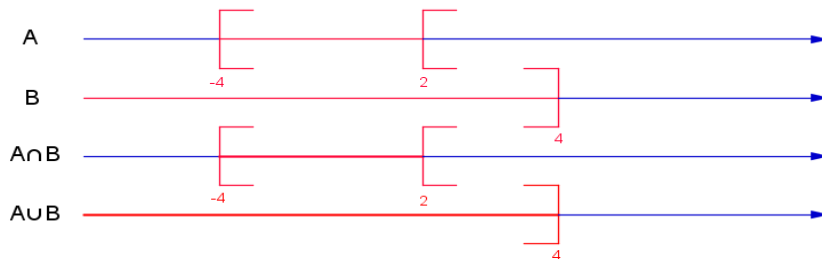
Intervalle fermé « moins un, un »

✓ $A = [-2; 5]$ $B =]1; +\infty[$



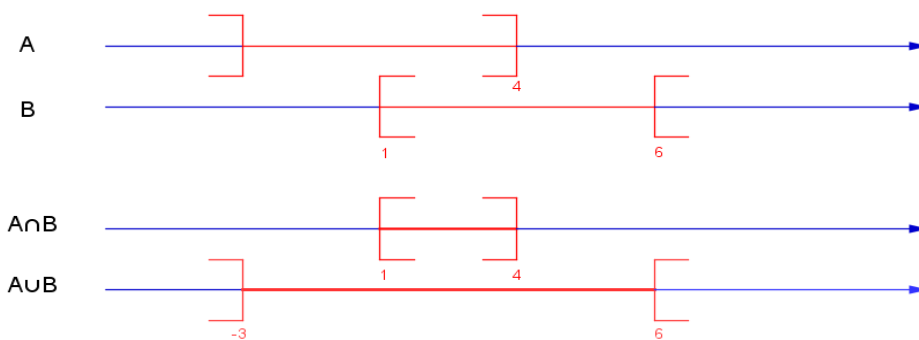
$A \cap B =]1; 5]$
 $A \cup B = [-2; +\infty[$

✓ $A = [-4; 2[$ $B =]-\infty; 4]$



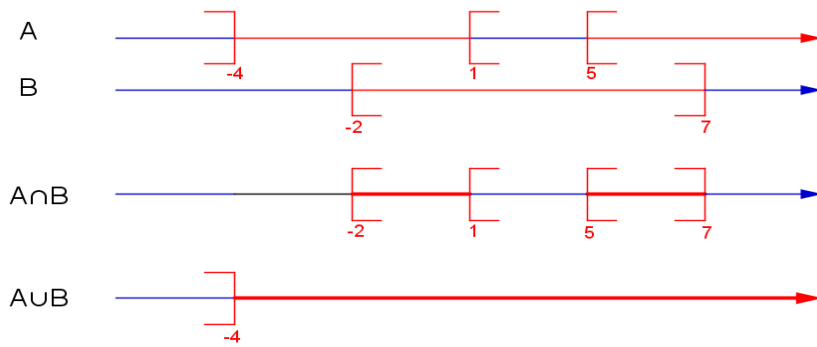
$A \cap B = [-4; 2[= A$
 $A \cup B =]-\infty; 4] = B$

✓ $A =]-3; 4]$ $B = [1; 6[$



$A \cap B = [1; 4]$
 $A \cup B =]-3; 6[$

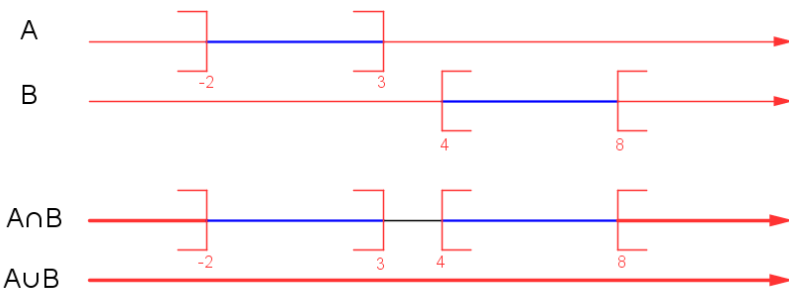
✓ $A =]-4; 1[\cup]5; +\infty[$ $B = [-2; 7]$



$$A \cap B =]-2; 3[$$

$$A \cup B =]-2; +\infty[$$

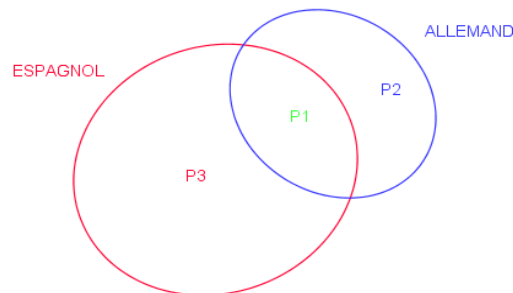
✓ $A =]-\infty; -2] \cup]3; +\infty[$ $B =]-\infty; 4[\cup]8; +\infty[$ =



$$A \cap B =]-\infty; -2] \cup]3; 4[\cup]8; +\infty[$$

$$A \cup B = \mathbb{R}$$

EXERCICE 3



P1 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'espagnol et l'allemand.

P2 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'allemand **et n'étudiant pas** l'espagnol

P3 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'espagnol **et n'étudiant pas** l'allemand

$P1 + P2 + P3 = 35$ (nombre d'élèves de la classe)

$P1 + P2 = 13$ (nombre d'élèves de la classe étudiant l'allemand)

$P1 + P3 = 28$ (nombre d'élèves de la classe étudiant l'espagnol)

$P3 = 35 - P1 - P2 = 35 - (P1 + P2) = 35 - 13$

P3 = 22

$P2 = 35 - P1 - P3 = 35 - (P1 + P3) = 35 - 28$

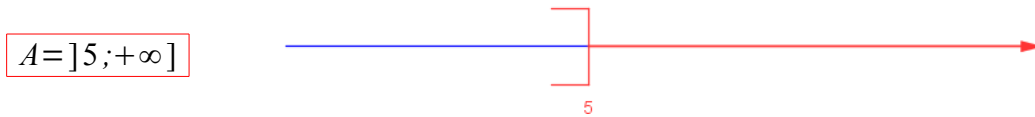
P2 = 7

$P1 = 35 - P2 - P3 = 35 - (P2 + P3) = 35 - (7 + 22)$

P1 = 6

EXERCICE 4

✓ $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 5\}$



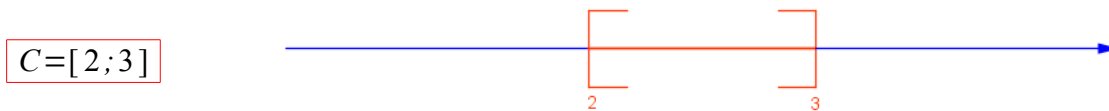
Intervalle ouvert « cinq, plus l'infini »

✓ $B = \{x \in \mathbb{R}, x \leq -2\}$



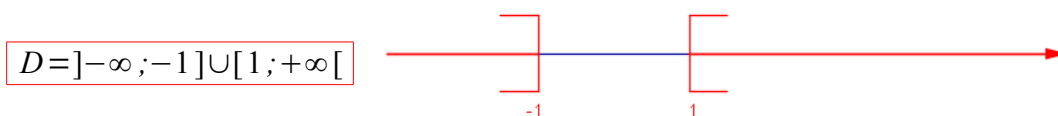
Intervalle fermé « moins l'infini, moins deux »

✓ $C = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 2 \text{ et } x \leq 3\}$



Intervalle fermé « deux, trois »

✓ $D = \{x \in \mathbb{R}, x \leq -1 \text{ ou } x \geq 1\}$



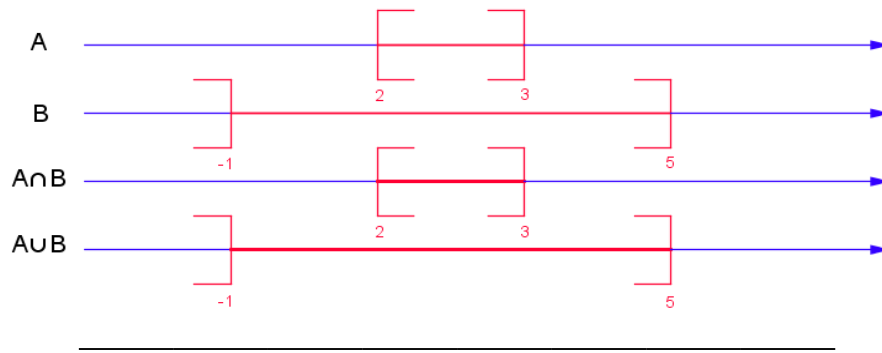
La réunion de l'intervalle fermé « moins l'infini, moins un » et de l'intervalle fermé « un, plus l'infini »

EXERCICE 5

✓ $E = \{x \in \mathbb{R}, x \leq -1 \text{ et } x \geq 1\}$

L'ensemble vide

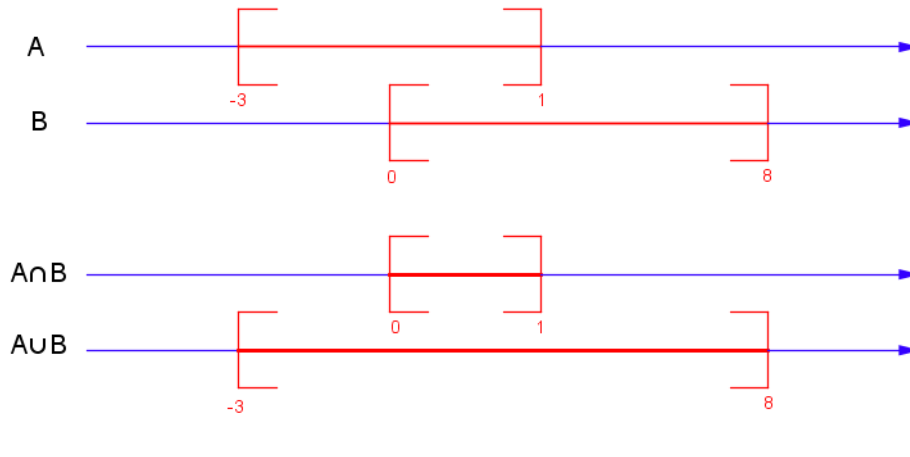
✓ $A = [2; 3]$ $B =]1; 5]$



$$A \cap B = [2; 3] = A$$

$$A \cup B =]-1; 5] = B$$

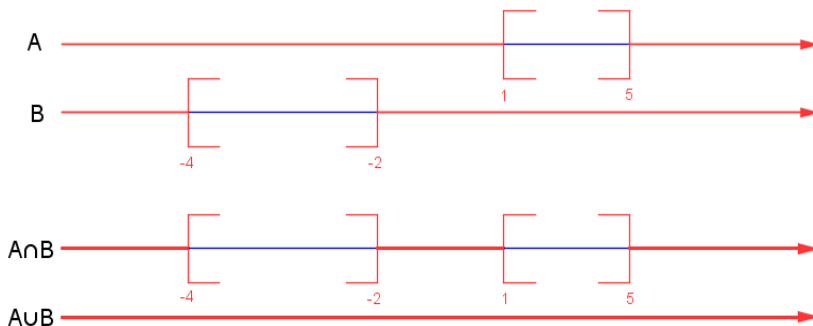
✓ $A = [-3; 1]$ $B = [0; 8]$



$$A \cap B = [0; 1]$$

$$A \cup B = [-3; 8]$$

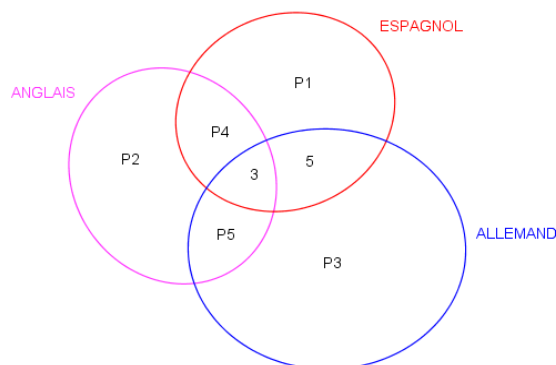
✓ $A =]-\infty; 1[\cup]5; +\infty[$ $B =]-\infty; -4[\cup]-2; +\infty[$



$$A \cap B =]-\infty; -4[\cup]-2; 1[\cup]5; +\infty[$$

$$A \cup B = \mathbb{R}$$

EXERCICE 6



P1 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'espagnol **et n'étudiant pas** l'anglais **et n'étudiant pas** l'allemand

P2 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'anglais **et n'étudiant pas** l'allemand **et n'étudiant pas** l'espagnol

P3 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'allemand **et n'étudiant pas** l'anglais **et n'étudiant pas** l'espagnol

P4 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'anglais et **et** l'espagnol **et n'étudiant pas** l'allemand.

P5 : est le nombre d'élèves de la classe étudiant l'anglais et **et** l'allemand **et n'étudiant pas** l'espagnol.

Par hypothèse il y a 42 élèves étudiant l'anglais **ou** l'allemand, or il y a 44 élèves dans le groupe

Donc

$$P1 = 44 - 42 = 2$$

Il y a 43 élèves étudiant l'anglais **ou** l'espagnol.

$$P3 = 44 - 43 = 1$$

Il y a 40 élèves étudiant l'allemand **ou** l'espagnol.

$$P2 = 44 - 40 = 4$$

Il y a 25 élèves étudiant l'espagnol.

$$25 = 3 + 5 + P1 + P4 \quad \text{Or} \quad P1 = 2$$

Donc

$$P4 = 25 - 3 - 5 - 2 = 15$$

Il y a 43 élèves étudiant l'anglais ou l'espagnol.

Le nombre d'élèves étudiant l'anglais est :

$$43 - 5 - P1 = 43 - 5 - 2 = 36$$

Il y a 40 élèves étudiant l'allemand ou l'espagnol.

Le nombre d'élèves étudiant l'allemand est :

$$40 - P4 - P1 = 40 - 15 - 2 = 23$$

(On peut vérifier que $P5 = 14$).

Conclusion :

Il y a 36 élèves étudiant l'anglais et 23 élèves étudiant l'allemand.