

Fiche exercices

EXERCICE 1

1. A et B sont deux points distincts du plan.
 Construire le point C tel que : $\vec{AC} = 2\vec{AB}$



2. A et B sont deux points distincts du plan.
 Construire le point tel que : $\vec{AD} = -\frac{3}{2}\vec{AB}$



EXERCICE 2

A, B et C sont trois points non alignés du plan.

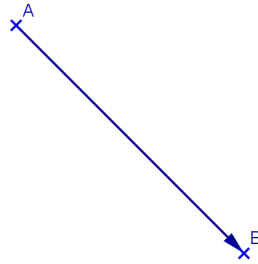


1. Construire le point B' tel que : $\vec{AB'} = 2\vec{AB}$
 Construire le point C' tel que : $\vec{AC'} = -3\vec{AC}$
 Construire le point E tel que : $\vec{AE} = 2\vec{AB'} - 3\vec{AC'}$

2. $\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.
 $A(-1;3)$ $B(3;3)$ $C(-3;5)$
 Calculer les coordonnées de B', C' et E.

EXERCICE 3

A et B sont deux points du plan.
 On considère le point K tel que : $\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{0}$



- Exprimer \vec{AK} en fonction de \vec{AB} .
Placer le point K susle dessin.
Soit M un point du plan. Exprimer le vecteur : $\vec{v} = \vec{MA} + 2\vec{MB}$ en fonction de \vec{MK} .
- $\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.
 $A(1;2)$ $B(4;-1)$
Calculer les coordonnées du point K.
Soit M un point du plan de coordonnées $(x;y)$.
Exprimer les coordonnées du vecteur \vec{v} en fonction de x et y et retrouver le résultat de la première question.

EXERCICE 4

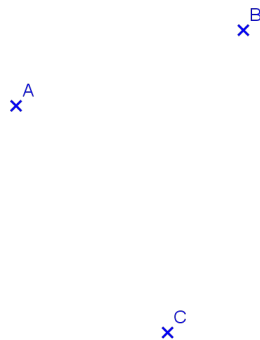
$\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.

$A(-1;-4)$ $B(-2;-1)$ $C(3;-2)$ $M(x;y)$.

- Exprimer en fonction de x et y les coordonnées du vecteur : $\vec{v} = 2\vec{MA} - 3\vec{MB} + 2\vec{MC}$.
- Déterminer les coordonnées du point M tel que : $\vec{v} = \vec{0}$.

EXERCICE 5

A, B et C sont trois points non alignés du plan.



- Construire les points :
. B' tel que $\vec{AB'} = \frac{4}{3}\vec{AB}$

. C' tel que $\overrightarrow{AC'} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$

. E tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$

2. $\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.

A(-1;2) B(2;3) C(1;-1)

Calculer les coordonnées de K et G.

Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC}$.

EXERCICE 7

$\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.

A(3;5) B(-1;-1) C(7;-2) M(x;y)

Calculer les coordonnées du vecteur : $\vec{v} = 2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

EXERCICE 8

$\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan $\vec{u}(2;-3)$ et $\vec{v}(-2;1)$.

Calculer les coordonnées des vecteurs.

. $\vec{w} = -3(2\vec{u} - \vec{v}) + 2(-\vec{u} + 2\vec{v})$

. $\vec{t} = 5(\vec{u} - 2\vec{v}) - 3(\vec{u} - \vec{v})$

CORRECTION

EXERCICE 1

Construire le point G tel que $\vec{AC} = 2\vec{AB}$

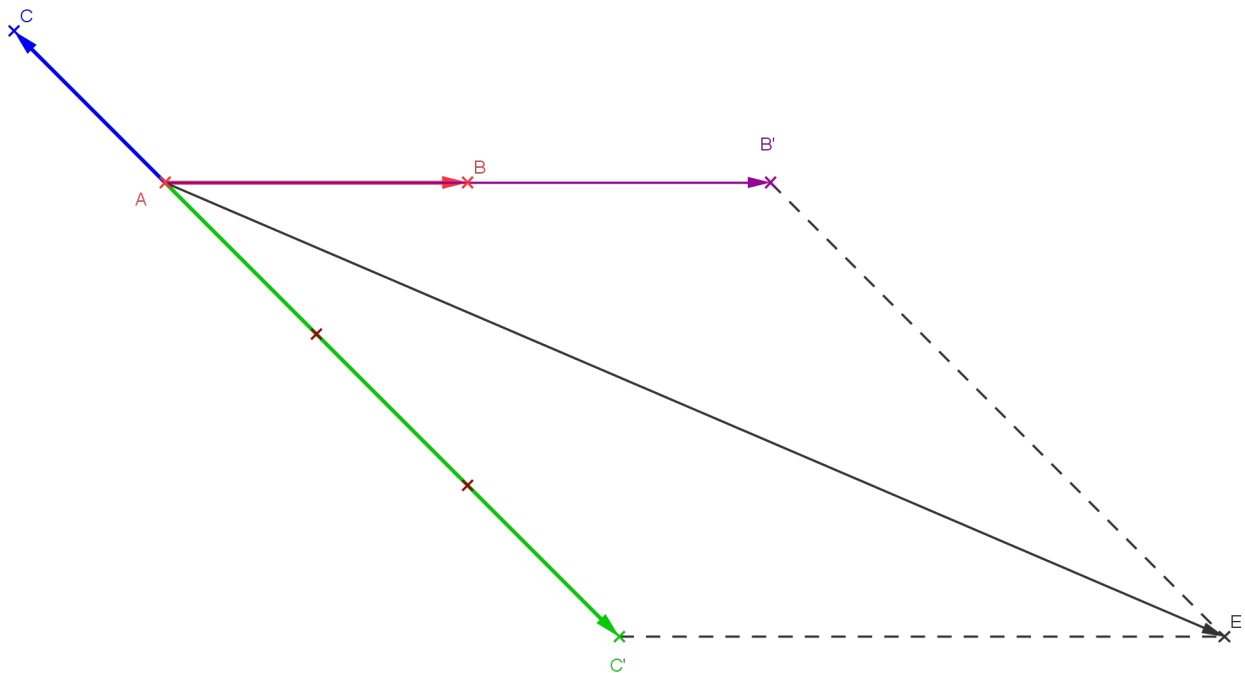


Construire le point D tel que $\vec{AD} = -\frac{3}{2}\vec{AB}$



EXERCICE 2

1. Construire le point B' tel que $\vec{AB'} = 2\vec{AB}$
 Construire le point C' tel que $\vec{AC'} = -3\vec{AC}$
 Construire le point E tel que $\vec{AE} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$



AB'EC' est un parallélogramme.

2. Calculer les coordonnées de B', C' et E

$A(-1;3) \quad B(3;3) \quad C(-3;5)$

$\vec{AB}(3+1;3-3) \quad \vec{AB}(4;0)$

$\vec{AB'} = 2\vec{AB} \quad \vec{AB'}(2 \times 4; 2 \times 0) \quad \vec{AB'}(8;0)$

$\vec{AB'}(x_{B'}+1; y_{B'}-3)$

On obtient : $\begin{cases} x_{B'}+1=8 \\ y_{B'}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'}=7 \\ y_{B'}=0 \end{cases} \quad \mathbf{B'(7;0)}$

$\vec{AC}(-3+1;5-3) \quad \vec{AC}(-2;2)$

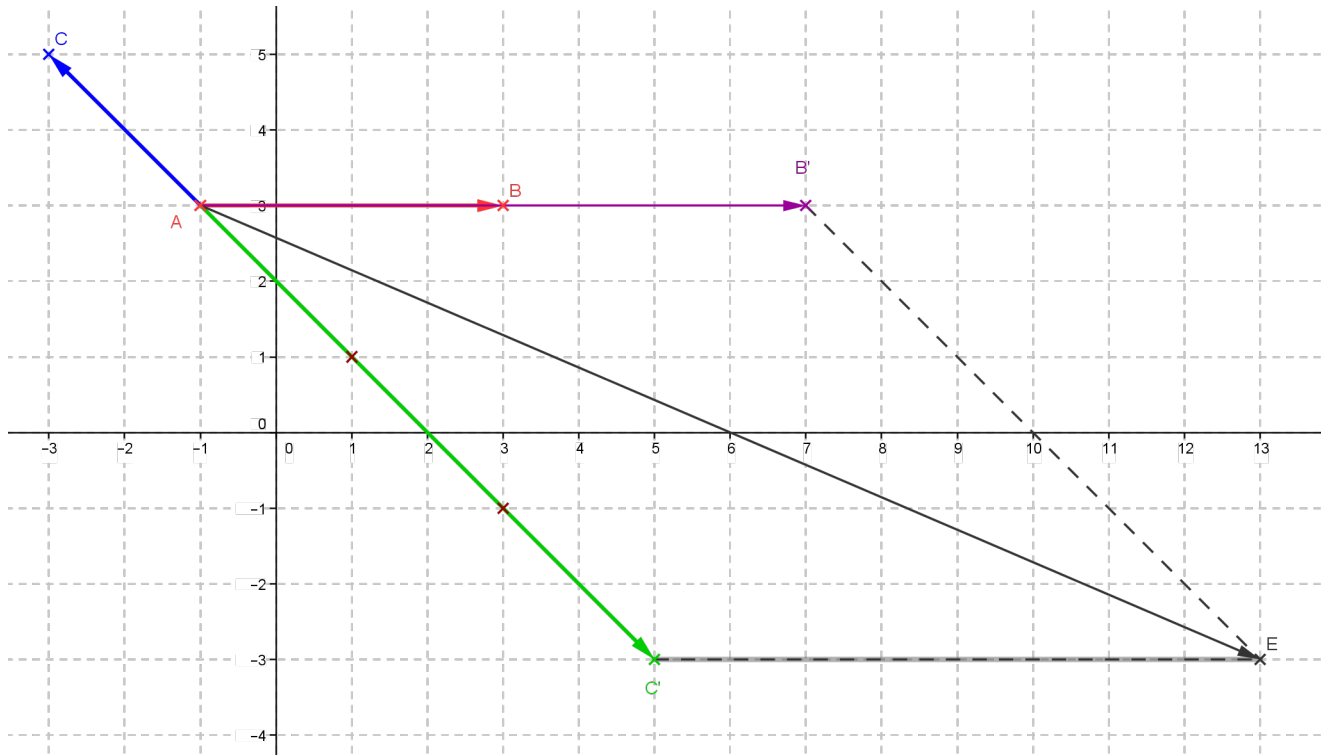
$\vec{AC'} = -3\vec{AC} \quad \vec{AC'}(-3 \times (-2); -3 \times 2) \quad \vec{AC'}(6;-6)$

$\vec{AC'}(x_{C'}+1; y_{C'}-3)$

On obtient $\begin{cases} x_{C'}+1=6 \\ y_{C'}-3=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'}=5 \\ y_{C'}=3 \end{cases}$ $C'(5;-3)$

• $\vec{AE} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC} = \vec{AB}' + \vec{AC}'$
 $\vec{AE}(8+6; 0-6)$ $\vec{AE}(14;-6)$
 $\vec{AE}(x_E+1; y_E-3)$

On obtient $\begin{cases} x_E+1=14 \\ y_E-3=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E=13 \\ y_E=-3 \end{cases}$ $E(13;-3)$.



EXERCICE 3

1. Exprimer \vec{AK} en fonction de \vec{AB}

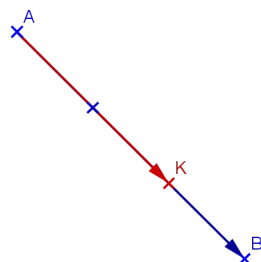
$$\vec{KA} + 2\vec{KB} = \vec{0}$$

En utilisant la relation de Chasles

$$\vec{KA} + 2(\vec{KA} + \vec{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{KA} + 2\vec{KA} + 2\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{KA} + 2\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{AB} = 3\vec{AK}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AK} = \frac{2}{3}\vec{AB}$$

Placer le point K sur le dessin



Soit M un point du plan. Exprimer le vecteur : $\vec{v} = \vec{MA} + 2\vec{MB}$ en fonction de \vec{MK}

$$\vec{v} = \vec{MA} + 2\vec{MB} = (\vec{MK} + \vec{KA}) + 2(\vec{MK} + \vec{KB}) = \vec{MK} + \vec{KA} + 2\vec{MK} + 2\vec{KB} = 3\vec{MK} + (\vec{KA} + 2\vec{KB})$$

$$\vec{v} = 3\vec{MK} + \vec{0} = 3\vec{MK}$$

2. Calculer les coordonnées du point K

$$\begin{aligned} & A(1;2) \quad B(4;-1) \\ & \overrightarrow{AB}(4-1;-1-2) \quad \overrightarrow{AB}(3;-3) \\ & \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} \left(\frac{2}{3} \times 3; \frac{2}{3} \times (-3) \right) \quad \overrightarrow{AK}(2;-2) \\ & \overrightarrow{AK}(x_K-1; y_K-2) \end{aligned}$$

On obtient $\begin{cases} x_K-1=2 \\ y_K-2=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K=3 \\ y_K=0 \end{cases} \quad \mathbf{K(3;0)}$

Exprimer les coordonnées de \vec{v} en fonction de x et y.

Retrouver le résultat de la première question.

$$\begin{aligned} & A(1;2) \quad M(x;y) \quad \overrightarrow{MA}(1-x; 2-y) \\ & B(4;-1) \quad M(x;y) \quad \overrightarrow{MB}(4-x; -2-y) \quad 2\overrightarrow{MB}(8-2x; -2-2y) \\ & \vec{v} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} (1-x+8-2x; 2-y-2-2y) \\ & \vec{v}(9-3x; -3y) \\ & M(x;y) \quad K(3;0) \quad \overrightarrow{MK}(3-x; 0-y) \quad 3\overrightarrow{MK}(9-x; -3y) \\ & \text{donc } \vec{v} = 3\overrightarrow{MK}. \end{aligned}$$

EXERCICE 4

1. Exprimer en fonction de x et y les coordonnées du vecteur $\vec{v} = 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$

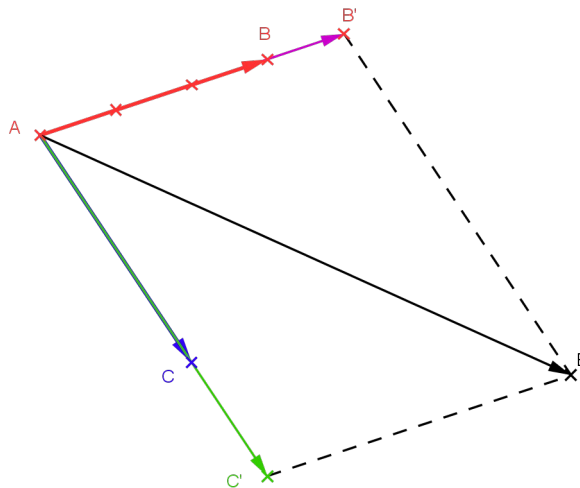
$$\begin{aligned} & A(-1;-4) \quad M(x;y) \quad \overrightarrow{MA}(-1-x; -4-y) \quad 2\overrightarrow{MA}(-2-2x; -8-2y) \\ & B(-2;-1) \quad M(x;y) \quad \overrightarrow{MB}(-2-x; -1-y) \quad -3\overrightarrow{MB}(6+3x; 3+3y) \\ & C(3;-2) \quad M(x;y) \quad \overrightarrow{MC}(3-x; -2-y) \quad 2\overrightarrow{MC}(6-2x; -4-2y) \\ & \vec{v} = 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} (-2-2x+6+3x+6-2x; -8-2y+3+3y-4-2y) \\ & \vec{v}(10-x; -9-y) \end{aligned}$$

2. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\vec{v} = \vec{0}$

$$\vec{v} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 10-x=0 \\ -9-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=-9 \end{cases} \quad \mathbf{M(10;-9)}.$$

EXERCICE 5

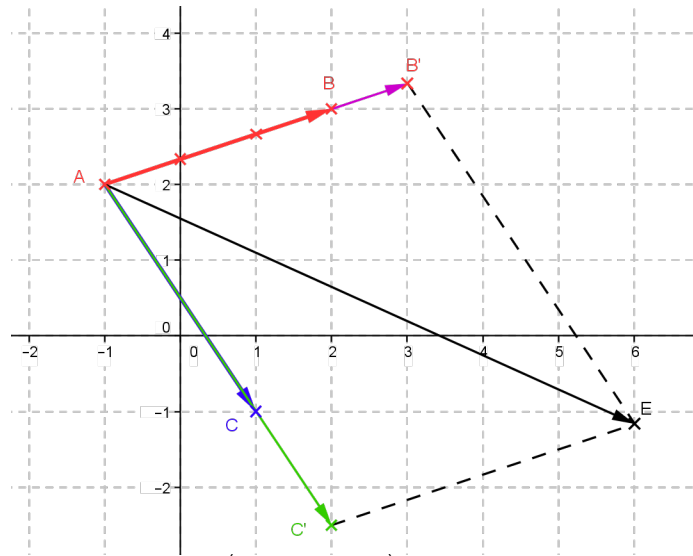
1. Construire les points ; B' tel que $\overrightarrow{AB'} = \frac{4}{3} \overrightarrow{AB}$, C' tel que $\overrightarrow{AC'} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$ et E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}$



AB'EC' est un parallélogramme.

2. Calculer les coordonnées de B', C' et E

A(-1;4) B(2;3) C(1;-1)



$$\cdot \overrightarrow{AB}(2+1;3-2) \quad \overrightarrow{AB}(3;1) \quad \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}\left(\frac{4}{3}\times 3; \frac{4}{3}\times 1\right)$$

$$\overrightarrow{AB'}\left(4; \frac{4}{3}\right) \quad \overrightarrow{AB'}(x_{B'}+1; y_{B'}-2)$$

$$\text{On obtient } \begin{cases} x_{B'}-1=4 \\ y_{B'}-2=\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{B'}=3 \\ y_{B'}=\frac{10}{3} \end{cases} \quad B'\left(3; \frac{10}{3}\right)$$

$$\cdot \overrightarrow{AC}(1+1;-1-2) \quad \overrightarrow{AC}(2;3) \quad \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}\left(\frac{3}{2}\times 2; \frac{3}{2}\times (-3)\right)$$

$$\overrightarrow{AC'}\left(3; -\frac{9}{2}\right) \quad \overrightarrow{AC'}(x_{C'}+1; y_{C'}-2)$$

$$\text{On obtient } \begin{cases} x_{C'}+1=3 \\ y_{C'}-2=-\frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{C'}=2 \\ y_{C'}=-\frac{5}{2} \end{cases} \quad C'\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

$$\cdot \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AC'}\left(4+3; \frac{4}{3}-\frac{9}{2}\right) \quad \overrightarrow{AE}\left(7; -\frac{19}{6}\right) \quad \overrightarrow{AE}(x_E+1; y_E-2)$$

$$\text{On obtient } \begin{cases} x_E+1=7 \\ y_E-2=-\frac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E=6 \\ y_E=-\frac{7}{6} \end{cases} \quad E\left(6; -\frac{7}{6}\right)$$

EXERCICE 6

1. Que peut-on dire du vecteur : $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}$

K est le milieu de [AB] donc $\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{KB}$ ou $\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{KB}=\vec{0}$.

G est le milieu de [CK] donc $\overrightarrow{KG}=\overrightarrow{GC}$

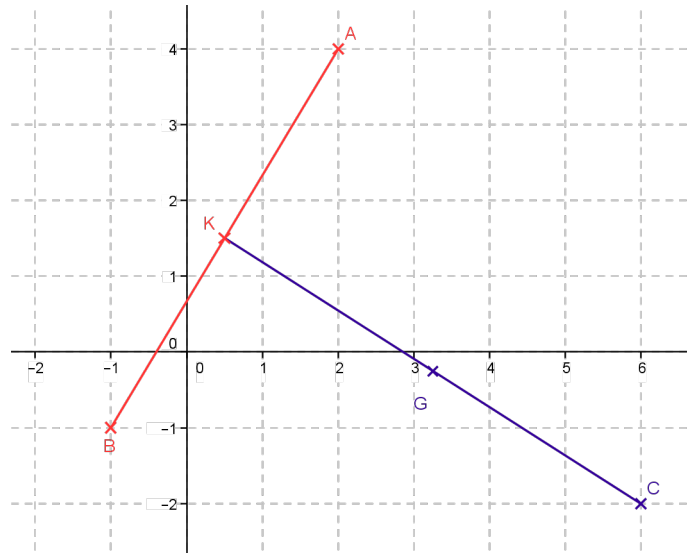
$$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KB}=2\overrightarrow{GK}+\vec{0}=2\overrightarrow{GK}$$

$$2\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{KG}=-2\overrightarrow{GK}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GK}-2\overrightarrow{GK}=\vec{0}$$

2. Calculer les coordonnées de K et G

A(2;4) B(-1;-1) C(6;-2)



$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2} \quad y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4 - 1}{2} = \frac{3}{2} \quad K\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

$$x_G = \frac{x_K + x_C}{2} = \frac{\frac{1}{2} + 6}{2} = \frac{13}{4} \quad y_G = \frac{y_K + y_C}{2} = \frac{\frac{3}{2} - 2}{2} = -\frac{1}{4} \quad G\left(\frac{13}{4}; -\frac{1}{4}\right)$$

Calculer les coordonnées de $\vec{GA} + \vec{GB} + 2\vec{GC}$

$$\vec{GA} \left(2 - \frac{13}{4}; 4 + \frac{1}{4}\right) \quad \vec{GA} \left(-\frac{5}{4}; \frac{17}{4}\right)$$

$$\vec{GB} \left(-1 - \frac{13}{4}; -1 + \frac{1}{4}\right) \quad \vec{GB} \left(-\frac{17}{4}; -\frac{3}{4}\right)$$

$$\vec{GC} \left(6 - \frac{13}{4}; -2 + \frac{1}{4}\right) \quad \vec{GC} \left(\frac{11}{4}; -\frac{7}{4}\right)$$

$$2\vec{GC} \left(\frac{22}{4}; -\frac{14}{4}\right)$$

$$\vec{GA} + \vec{GB} + 2\vec{GC} \left(-\frac{5}{4} - \frac{17}{4} + \frac{22}{4}; \frac{17}{4} - \frac{3}{4} - \frac{14}{4}\right) \quad \vec{GA} + \vec{GB} + 2\vec{GC} (0; 0)$$

Conclusion

$$\vec{GA} + \vec{GB} + 2\vec{GC} = \vec{0}$$

EXERCICE 7

Calculer les coordonnées du vecteur : $\vec{v} = 2\vec{MA} - 3\vec{MB} + \vec{MC}$

$$A(3;5) \quad B(-1;-1) \quad C(7;-2) \quad M(x;y)$$

$$\vec{MA} (3-x; 5-y) \quad 2\vec{MA} (6-2x; 10-2y)$$

$$\vec{MB} (-1-x; -1-y) \quad -3\vec{MB} (3+3x; 3+3y)$$

$$\vec{MC} (7-x; -2-y)$$

$$\vec{v} = 2\vec{MA} - 3\vec{MB} + \vec{MC} (6-2x+3+3x+7-x; 10-2y+3+3y-2-y)$$

$$\vec{v} (16; 11)$$

EXERCICE 8

Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{w} et \vec{t}

$$\vec{u} (2; -3) \quad \vec{v} (-2; 1)$$

$$\begin{aligned} \cdot \vec{w} &= -3(2\vec{u} - \vec{v}) + 2(-\vec{u} + 2\vec{v}) = -6\vec{u} + 3\vec{v} - 2\vec{u} + 4\vec{v} \\ \vec{w} &= -8\vec{u} + 7\vec{v} \\ \vec{w} &(-8 \times 2 + 7 \times (-2); -8 \times (-3) + 7 \times 1) \\ \vec{w} &(-30; 31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot \vec{t} &= 5(\vec{u} - 2\vec{v}) - 3(\vec{u} - \vec{v}) = 5\vec{u} - 10\vec{v} - 3\vec{u} + 3\vec{v} \\ \vec{t} &= 2\vec{u} - 7\vec{v} \\ \vec{t} &(2 \times 2 - 7 \times (-2); 2 \times (-3) - 7 \times 1) \\ \vec{t} &(18; -13) \end{aligned}$$