Fiche exercices

EXERCICE 1

Dans une classe de seconde de 33 élèves, 10 élèves étudient l'allemand et 18 élèves étudient l'espagnol et 10 élèves n'étudient ni l'allemand ni l'espagnol.
On choisit un élève au hasard. Calculer la probabilité pour que cet élève étudie l'allemand et l'espagnol.

EXERCICE 2

On lance deux dés cubiques: un rouge et un bleu numérotde 1 à 6. A chaque lancer, on associe le plus grand des deux chiffres.
Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

EXERCICE 3

On considère l'ensemble des nombres que l'on peut écrire avec deux chiffres. On convient d'écrire par exemple: deux: 02 et zéro: 00.
1. Combien de nombres de ce type peut-on écrire?
2. On choisit un nombre au hasard dans cet ensemble.
a) Calculer la probabilité de l'événement A: « le chiffre des dizaines du nombre est égal au chiffre des unités. »
b) Calculer la probabilité de l'événement B: « le chiffre des dizaines est strictement supérieur à celui des unités ».

EXERCICE 4

On considère un jeu de 32 cartes (contenant 4 couleurs: cœur; carreau; pique et trèfle et dans chaque couleurs huit hauteurs: sept, huit, neuf, dix, valet, dame, roi, et as)

On extrait au hasard deux cartes successivement du jeu (et sans remise: c'est à dire on ne remet pas la carte tirée dans le jeu).

1. Déterminer le nombre de tirages possibles (c'est à dire le nombre d'éléments de l'univers).

2. Calculer la probabilité de l'événement: « obtenir deux dames ».

3. Calculer la probabilité d'obtenir deux cœurs.

4. Calculer la probabilité d'obtenir deux cartes de la même couleur.

5. Calculer la probabilité d'obtenir un cœur (et un seul) et une dame (et une seule).

Remarque: on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

EXERCICE 5

Une urne contient 3 boules rouges et 2 boules bleues et une boule verte. On numérote les boules pour pouvoir les distinguer: les rouges R_1; R_2; R_3, les bleues B_1; B_2, la verte V_1.

On tire une boule au hasard, on note sa couleur et on la replace dans l'urne et on tire une deuxième boule au hasard et on note sa couleur.
1. Calculer la probabilité de l'événement A: « obtenir deux boules de la même couleur ».
2. Calculer la probabilité d'obtenir deux boules de couleur différentes.
3. Calculer la probabilité de l'événement B: « Obtenir aucune boule rouge ».
4. Calculer la probabilité de l'événement C: « Obtenir aucune boule verte ».
5. Calculer la probabilité de l'événement: $B \cap C$
6. Calculer la probabilité de l'événement: $B \cup C$

EXERCICE 6

On reprend l'exercice précédent en effectuant des tirages successifs sans remise, c'est à dire on tire une boule dans l'urne, on note sa couleur mais on ne la replace pas dans l'urne pour effectuer le deuxième tirage.
Répondre aux mêmes questions.

EXERCICE 7

On lance deux dés cubiques bien équilibrés numérotés de 1 à 6, l'un est rouge et l'autre est bleu.

A chaque lancer, on associe la différence des deux chiffres. (exemple: si avec le dé rouge on obtient 5 et avec le dé bleu on obtient 3 alors on associe: 5-3=2; si avec le dé rouge on obtient 1 et avec le dé bleu on obtient 5 alors on associe 5-1=4; si avec les deux dés on obtient 3 alors on associe 3-3=0)

1. Déterminer l'univers de l'expérience.

2. Lucie propose à son cousin Axel de jeu suivant et lui dit: « si le résultat est 1 ou 2 alors je gagne et si les résultat est 0 ou 3 ou 4 ou 5 alors tu gagnes. »

Ce jeu favorise-t-il Lucie ou Axel?

EXERCICE 8

On considère l'ensemble des nombres que l'on peut écrire avec 3 chiffres. On convient d'écrire par exemple: trois: 003; quatorze: 014; zéro: 000.

1. Combien de nombre de ce type peut-on écrire?

2. On choisit un nombre au hasard dans cet ensemble.

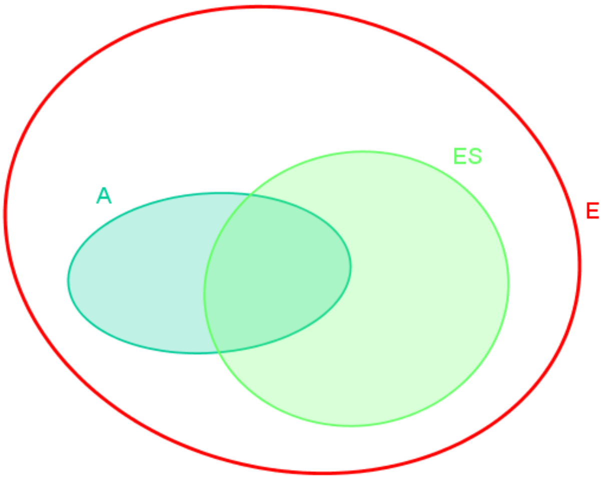
a) Calculer la probabilité de l'événement A: « les 3 chiffres du nombre sont égaux »

b) Calculer la probabilité de l'événement B: « les trois chiffres du nombre sont distincts »

c) Calculer la probabilité de l'événement C: « deux chiffres (et deux chiffres seulement) du nombre sont égaux ».

CORRECTION

EXERCICE 1



On choisit un élève au hasard donc l'univers est l'ensemble des élèves de la classe et la loi de probabilité est équirépartie.
Le nombre d'éléments de E est 33.
A est l'ensemble des élèves qui étudient l'allemand (A est une partie de E donc A est un événement). Le nombre d'éléments de A est 10.
Donc la probabilité de l'événement A est p(A)= $\frac{10}{33}$

ES est l'ensemble des élèves qui étudient l'espagnol (ES est une partie de E donc ES est un événement). Le nombre d'éléments de ES est 18.
Donc la probabilité de l'événement ES est p(ES)= $\frac{18}{33}$

$A\cup ES$ est l'événement A ou ES c'est à dire l'ensemble des élèves étudiant l'allemand ou l'espagnol.
L'événement contraire de $A\cup ES$ est $\overline{A\cup ES}$, c'est à dire l'ensemble des élèves n'étudiant ni l'allemand ni l'espagnol.
Le nombre d'éléments de $\overline{A\cup ES}$ est 10.
Donc la probabilité de l'événement $\overline{A\cup ES}$ est $p(\overline{A\cup ES})= \frac{10}{33}$

$p(A\cup ES)=1-p(\overline{A\cup ES})$

$p(A\cup ES)=1-\frac{10}{33}$

$p(A\cup ES)=\frac{23}{33}$

$p(A\cup ES)+p(A\cap ES)=p(A)+p(ES)$

$\frac{23}{33}+p(A\cap ES)=\frac{10}{33}+\frac{18}{33}$

$\frac{23}{33}+p(A\cap ES)=\frac{28}{33}$

$p(A \cap ES) = \frac{28}{33} - \frac{23}{33}$

$p(A \cap ES) = \frac{5}{33}$

La probabilité pour que l'élève étudie l'allemand et l'espagnol est $\frac{5}{33}$

EXERCICE 2

Pour déterminer l'univers de cette expérience, on utilise un tableau à double entrée:

- sur la première ligne du tableau, on écrit les résultats du dé rouge.
- sur la première colonne du tableau, on écrit les résultats du dé bleu.

Il y a 36 cases dans le tableau qui représentent les 36 éventualités de l'expérience. Dans chaque case, on inscrit le plus grand des deux chiffres.

E={1; 2; 3; 4; 5; 6}

B \ R	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

On appelle:

A l'événement : « le plus grand des 2 chiffres est 1 ». Le nombre d'éléments de A est 1. $p(A) = \frac{1}{36}$

B l'événement : « le plus grand des 2 chiffres est 2 ». Le nombre d'éléments de B est 3. $p(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

C l'événement : « le plus grand des 2 chiffres est 3 ». Le nombre d'éléments de C est 5. $p(C) = \frac{5}{36}$

D l'événement : « le plus grand des 2 chiffres est 4 ». Le nombre d'éléments de D est 7. $p(D) = \frac{7}{36}$

E l'événement : « le plus grand des 2 chiffres est 5 ». Le nombre d'éléments de A est 9. $p(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

F l'événement : « le plus grand des 2 chiffres est 6 ». Le nombre d'éléments de F est 1. $p(F) = \frac{11}{36}$

La loi de probabilité est donc:

issues	1	2	3	4	5	
Probalités	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{11}{36}$

EXERCICE 3

1. Pour le chiffre des unités, il y a dix possibilités: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

A chaque chiffre des unités, il y a dix possibilités pour le chiffre des dizaines.

On peut donc écrire 10×10 nombres c'est à dire 100 de ce type.

2. a) On choisit un nombre au hasard dans cet ensemble donc la loi est équirépartie et le nombre d'éléments de l'univers est 100.

A est l'ensemble des nombres tels que le chiffre des dizaines du nombre est égal au chiffre des unités.

A={00; 11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99}. Il y a 10 éléments dans A.

$p(A)= \frac{10}{100}=\frac{1}{10}$

b) $\overline{A}$ est l'ensemble des nombres de E tels que les chiffres des unités et des dizaines sont différentes.

$p(\overline{A})=1-p(A)$

$p(\overline{A})=1- \frac{1}{10}$

$p(\overline{A})= \frac{90}{100}$, c'est à dire: $\overline{A}$ contient 90 éléments.

On peut associer les éléments de $\overline{A}$ deux par deux. Par exemple 35 et 53

B est l'ensemble des nombres de E tels que le chiffre des dizaines est strictement supérieur à celui des unités

Il y a $90\div2=45$ éléments dans B.

$p(B)= \frac{45}{100}=\frac{9}{20}$

EXERCICE 4

1. Pour la première carte tirée, il y a 32 possibilités, pour la deuxième carte, il y a 31 possibilités.

Le nombre de tirages possibles c'est à dire le nombre d'éléments de l'univers est 32×31

2. A est l'ensemble des issues contenant deux dames. Pour calculer la probabilité de A, il suffit de déterminer le nombre d'éléments de A.

Dans le jeu de cartes il y a 4 dames donc le nombre d'éléments de A est 4×3

$p(A)= \frac{4\times3}{32\times31}=\frac{3}{248}$

3. B est l'ensemble des issues contenant deux cœurs. Pour calculer la probabilité de B, il suffit de déterminer le nombre d'éléments de B.

Dans le jeu de cartes il y a 8 cœurs donc le nombre d'éléments de B est 8×7

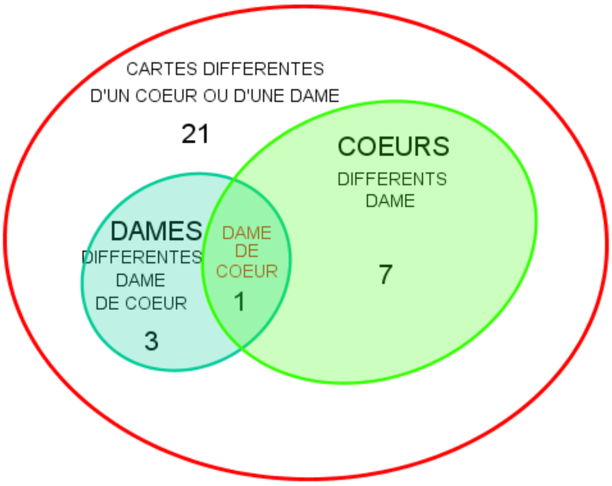
$p(B)= \dfrac{8\times7}{32\times31}=\dfrac{7}{124}$

4. C est l'ensemble des issues contenant deux cartes de la même couleur. Pour calculer la probabilité de BC, il suffit de déterminer le nombre d'éléments de C.

Dans le jeu de cartes il y a 4 couleurs et dans chaque couleur il y a 8 cartes donc le nombre d'éléments de C est 4×8×7

$p(C)= \dfrac{4\times8\times7}{32\times31}=\dfrac{7}{31}$

5. La difficulté de cette question c'est la dame de cœur, car si on tire la dame de cœur avec une seule carte on obtient une dame et un cœur. Si on ne tire pas la dame de cœur, il faut alors que l'une des cartes tirées soit un cœur et l'autre une dame.



On considère la partition suivante des 32 cartes:

- la dame de cœur
- les sept cœur différents de la dame
- les trois dames différentes de la dame de cœur
- les vingt et une cartes différentes d'un cœur ou d'une dame

D est l'ensemble des issues contenant un cœur (et un seul) et une dame (et une seule)

1er cas: on tire la dame de cœur et une carte parmi les 21 cartes différentes d'un cœur et d'une dame.

Nombre de possibilités: 1×21

2ième cas: on tire une carte parmi les 21 et la dame de cœur.

Nombre de possibilités: 21×1

3ième cas: on tire une dame (différente de la dame de cœur) et un cœur (différent de la dame)

Nombre de possibilités: 3×7

4ième cas: on tire un cœur (différent de la dame) et une dame (différente de la dame de cœur)

Nombre de possibilités: 7×3

Nombre d'éléments de D: $1\times21+21\times1+3\times7+7\times3=4\times21$

p(D)= $\frac{4\times21}{32\times31}=\frac{21}{248}$

EXERCICE 5

1. Au premier tirage, on peut obtenir R_1; R_2; R_3;B_1; B_2;V_1. On tire la première boule au hasard donc chaque boule a la même probabilité d'être tirée.
Le deuxième tirage est réalisé exactement dans les mêmes conditions.
On représente l'univers en réalisant un tableau à double entrée. L'univers contient 36 éléments donc il y a 36 cases.
La loi est équirépartie.
Dans chaque case, on note la couleur des deux boules tirées en tenant compte de l'ordre.
Le résultat du premier tirage est écrit dans la première ligne et le résultat du deuxième tirage est écrit dans la première colonne.

2 \ 1	R_1	R_2	R_3	B_1	B_2	V_1
R_1	R R	R R	R R	B R	B R	V R
R_2	R R	R R	R R	B R	B R	V R
R_3	R R	R R	R R	B R	B R	V R
B_1	R B	R B	R B	B B	B B	V B
B_2	R B	R B	R B	B B	B B	V B
V_1	R V	R V	R V	B V	B V	V V

1. On appelle:
A_1: « obtenir deux boules rouges »
A_2: « obtenir deux boules bleues »
A_3: « obtenir deux boules vertes »
$A=A_1\cup A_2\cup A_3$
$A_1\cap A_2=\emptyset$; $A_1\cap A_3=\emptyset$;$A_2\cap A_3=\emptyset$
Les événements A_1; A_2; A_3 sont incompatibles deux à deux, donc:
$p(A_1\cup A_2\cup A_3)=p(A_1)+p(A_2)+p(A_3)$
A_1 contient 9 éléments.
A_2 contient 4 éléments.
A_3 contient 1 élément.

$p(A_1)=\frac{9}{36}$

$p(A_2)=\frac{4}{36}$

$p(A_3)=\frac{1}{36}$

p(A)= $\frac{9}{36}+\frac{4}{36}+\frac{1}{36}=\frac{14}{36}=\frac{7}{18}$

2. L'événement contraire de A: $\overline{A}$= « ne pas obtenir deux boules de la même couleur », c'est à dire: « obtenir deux boules de couleurs différentes »

p($\overline{A}$)=1-p(A)= $1-\frac{7}{18}=\frac{11}{18}$

3. On appelle:
B_1: « obtenir deux boules bleues »
B_2: « obtenir une boule bleue et une boule verte(sans tenir compte de l'ordre) »
B_3: « obtenir deux boules vertes »
$B=B_1\cup B_2\cup B_3$
Les événements sont incompatibles deux à deux, donc:
$p(B_1\cup B_2\cup B_3)=p(B_1)+p(B_2)+p(B_3)$
B_1 contient 4 éléments.
B_2 contient 4 éléments.
B_3 contient 1 élément.
$p(B_1)=\frac{4}{36}$
$p(B_2)=\frac{4}{36}$
$p(B_3)=\frac{1}{36}$
p(B)= $\frac{4}{36}+\frac{4}{36}+\frac{1}{36}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

4. On appelle:
C_1: « obtenir deux boules rouges »
C_2: « obtenir deux boules bleues »
C_3: « obtenir une boule rouge et une boule bleue (sans tenir compte de l'ordre)»
$C=C_1\cup C_2\cup C_3$
Les événements sont incompatibles deux à deux, donc:
$p(C_1\cup C_2\cup C_3)=p(C_1)+p(C_2)+p(C_3)$
C_1 contient 9 éléments.
C_2 contient 4 éléments.
C_3 contient 12 élément.
$p(C_1)=\frac{9}{36}$
$p(C_2)=\frac{4}{36}$
$p(C_3)=\frac{12}{36}$
p(C)= $\frac{9}{36}+\frac{4}{36}+\frac{12}{36}=\frac{25}{36}$

5. $B\cap C$: « obtenir aucune boule rouge et obtenir aucune boule verte », c'est à dire $B\cap C$: « obtenir deux boules bleues »

$B\cap C$ contient 4 éléments $p(B\cap C)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

6. $B\cup C$: « obtenir aucune boule rouge ou obtenir aucune boule verte »

L'événement contraire de $B\cup C$ est $\overline{B\cup C}$: « obtenir une boule rouge et une boule verte (sans tenir compte de l'ordre) »
$\overline{B\cup C}$ contient 6 éléments (3VR et 3RV)

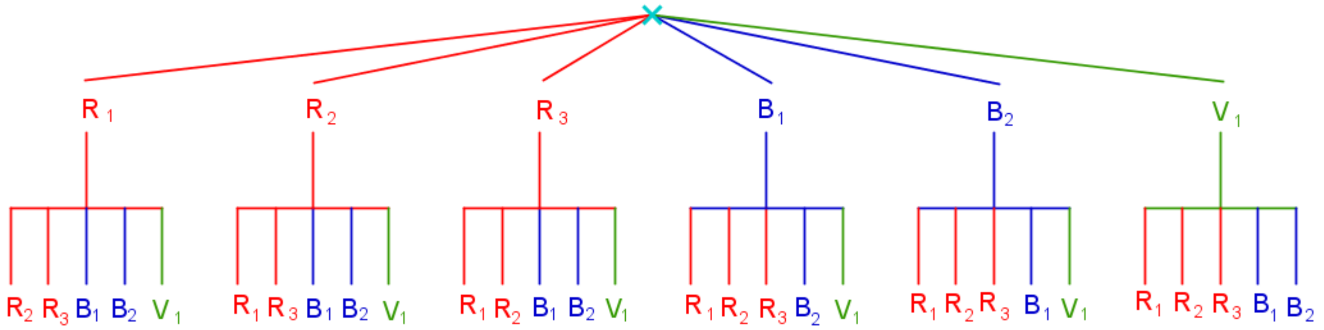
$p(\overline{B\cup C})= \frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

$p(B\cup C)=1-p(\overline{B\cup C})= 1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

<u>Remarque:</u>
On peut vérifier que $p(B)+p(C)=p(B\cup C)+p(B\cap C)$

EXERCICE 6

Au premier tirage, on peut obtenir R_1; R_2; R_3;B_1; B_2;V_1. On tire la première boule au hasard donc chaque boule a la même probabilité d'être tirée. On ne replace pas la boule tirée dans l'urne donc pour le deuxième tirage, il n'y a que 5 boules dans l'urne. On tire la deuxième boule au hasard donc chaque boule a la même probabilité d'être tirée.
Pour représenter l'univers, on construit un arbre:



Il y a donc 30 issues
Le nombre d'éléments dans l'univers est 30. La loi de probabilité est équiréparie.

1.
On appelle:
A_1: « obtenir deux boules rouges »
A_2: « obtenir deux boules bleues »
(on ne peut pas tirer deux boules vertes car il n'y a qu'une boule verte et qu'il n'y a pas de remise)
$A=A_1\cup A_2$
Les événements A_1; A_2 sont incompatibles donc:
$p(A_1\cup A_2)=p(A_1)+p(A_2)$
A_1 contient 6 éléments.
A_2 contient 2 éléments.

$p(A_1)= \frac{6}{30}=\frac{1}{5}$

$p(A_2)= \frac{2}{30}=\frac{1}{15}$

$p(A)= \frac{1}{5}+\frac{1}{15}=\frac{4}{15}$

2. L'événement contraire de A: $\overline{A}$= « ne pas obtenir deux boules de la même couleur », c'est à dire: « obtenir deux boules de couleurs différentes »

$p(\overline{A})=1-p(A)=\ 1-\dfrac{4}{15}=\dfrac{11}{15}$

3. On appelle:
B_1: « obtenir deux boules bleues »
B_2: « obtenir une boule bleue et une boule verte »
$B=B_1\cup B_2$
Les événements sont incompatibles donc:
$p(B_1\cup B_2)=p(B_1)+p(B_2)$
B_1 contient 2 éléments.
B_2 contient 4 éléments.
$p(B_1)=\ \dfrac{2}{30}=\dfrac{1}{15}$
$p(B_2)=\ \dfrac{4}{30}=\dfrac{2}{15}$
$p(B)=\ \dfrac{1}{15}+\dfrac{2}{15}=\dfrac{1}{5}$

4. On appelle:
C_1: « obtenir deux boules rouges »
C_2: « obtenir deux boules bleues »
C_3: « obtenir une boule rouge et une boule bleue»
$C=C_1\cup C_2\cup C_3$
Les événements sont incompatibles deux à deux, donc:
$p(C_1\cup C_2\cup C_3)=p(C_1)+p(C_2)+p(C_3)$
C_1 contient 6 éléments.
C_2 contient 2 éléments.
C_3 contient 12 éléments.
$p(C_1)=\ \dfrac{6}{30}=\dfrac{1}{5}$
$p(C_2)=\ \dfrac{2}{30}=\dfrac{1}{15}$
$p(C_3)=\ \dfrac{12}{30}=\dfrac{2}{5}$
$p(C)=\ \dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{15}+\dfrac{2}{5}=\dfrac{10}{15}=\dfrac{2}{3}$

5.
$B\cap C$: « obtenir deux boules bleues »
$B\cap C$ contient 2 éléments $p(B\cap C)=\ \dfrac{2}{30}=\dfrac{1}{15}$

6.
$\overline{B\cup C}$: « obtenir une boule rouge et une boule verte »
$\overline{B\cup C}$ contient 6 éléments (3VR et 3RV)
$p(\overline{B\cup C})=\ \dfrac{6}{30}=\dfrac{1}{5}$
$p(B\cup C)=1-p(\overline{B\cup C})=\ 1-\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{5}$

<u>Remarque:</u>
On peut vérifier que $p(B)+p(C)=p(B\cup C)+p(B\cap C)$

EXERCICE 7

1. Pour déterminer l'univers on construit un tableau à double entrée:

B \ R	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

L'univers de l'expérience est {0; 1; 2; 3; 4; 5}

2. On lance les dés au hasard donc la loi de probabilité est équirépartie.

On appelle L l'événement: « on obtient 1 ou 2 »

L contient 18 éléments.

p(L)= $\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

On appelle A l'événement: « on obtient 0; 3; 4; 5 »

A contient 18 éléments.

p(L)= $\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

p(L)=p(A) donc le jeu est équitable, c'est à dire le jeu ne favorise ni Lucie ni Axel.

EXERCICE 8

1. Pour le chiffre des unités, il y a dix possibilités: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.
De même pour le chiffre des dizaines et pour le chiffre des centaines.

On peut donc écrire $10\times10\times10$ nombres c'est à dire 1000 de ce type.

2. a) On choisit un nombre au hasard dans cet ensemble donc la loi est équirépartie et le nombre d'éléments de l'univers est 1000.

L'événement A: « les 3 chiffres du nombre sont égaux »

A={000; 111; 222; 333; 444; 555; 666; 777; 888; 999}. Il y a 10 éléments dans A.

p(A)= $\frac{10}{1000}=\frac{1}{100}$

b) L'événement B: « les trois chiffres du nombre sont distincts »

Pour le chiffre des unités, il y a 10 possibilités.

Pour le chiffre des dizaines, il y a 9 possibilités.

Pour le chiffre des centaines, il y a 8 possibilités.

Donc B contient 10×9×8 éléments.

p(B)= $\frac{10\times9\times8}{1000}=\frac{18}{25}$

c) L'événement C: « deux chiffres (et deux chiffres seulement) du nombre sont égaux ».

$\overline{C}=A\cup B$

A et B sont incompatibles

$p(A\cup B)=p(A)+p(B)$

$p(A\cup B)= \frac{1}{100}+\frac{18}{25}=\frac{73}{100}$

$p(C)=1-p(\overline{C})= 1-\frac{73}{100}=\frac{27}{100}$