Racines carrées

1. Définition

Si a est un nombre réel positif ou nul (on note $a \in \mathbb{R}^+$), l'unique nombre positif ou nul x tel que $x^2=a$ se nomme racine carrée de a et se note $\sqrt{a}$ donc:
$(\sqrt{a})^2=a$

Exemples:

La racine carrée de 9 est 3.

La racine carrée de 2 est $\sqrt{2}$.

2. Rappels

$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

et $(2\sqrt{2})^2=2^2\times(\sqrt{2})^2=4\times 2=8$

$\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}=\frac{4}{3}$

$\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

$\sqrt{16}=4$ $\sqrt{9}=3$ 4+3=7

$\sqrt{16+9}\neq\sqrt{16}+\sqrt{9}$

.3. Propriétés

Si a et b sont deux nombres réels positifs ou nuls (on note $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}^+$)
$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

Si a est un nombre réel positif ou nul (on note $a \in \mathbb{R}^+$) et b un nombre réel strictement positif (on note $b \in \mathbb{R}^{+*}$)
$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

En général, si a et b sont deux nombres réels positifs ou nuls (on note $a \in \mathbb{R}^+$ et $b \in \mathbb{R}^+$)
$\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

4. Exercices

$\sqrt{12}=\sqrt{4\times 3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{50}=\sqrt{25\times 2}=\sqrt{25}\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$\sqrt{125}=\sqrt{25\times5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

$\sqrt{1000}=\sqrt{100\times10}=\sqrt{100}\times\sqrt{10}=10\sqrt{10}$

$2\sqrt{144}+5\sqrt{7}-\sqrt{49}$

$=\ 2\times12+5\sqrt{7}-7$

$=\ 17+5\sqrt{7}$

$\sqrt{128}+5\sqrt{32}-7\sqrt{11}$

$=\ \sqrt{64\times2}+5\sqrt{16\times2}-7\sqrt{11}$

$=\ 8\sqrt{2}+20\sqrt{2}-7\sqrt{11}$

$=\ 28\sqrt{2}-7\sqrt{11}$

$\sqrt{\frac{3}{5}}\times\sqrt{\frac{50}{27}}$

$=\ \sqrt{\frac{3\times50}{5\times27}}$

$=\ \sqrt{\frac{3\times5\times10}{5\times9\times3}}$

$=\ \sqrt{\frac{10}{9}}$

$=\ \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{9}}$

$=\ \frac{\sqrt{10}}{3}$

$\sqrt{\frac{42}{5}}\times\sqrt{\frac{35}{6}}$

$=\ \sqrt{\frac{42\times35}{5\times6}}$

$=\ \sqrt{\frac{6\times7\times5\times7}{5\times6}}$

$=\ \sqrt{49}$

=7

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ ($a\in\mathbb{Z}$ et $b\in\mathbb{N}$, b le plus petit possible)

A= $6\sqrt{7}-\sqrt{175}+3\sqrt{112}$

$=\ 6\sqrt{7}-\sqrt{25\times7}+3\sqrt{16\times7}$

$= 6\sqrt{7}-5\sqrt{7}+12\sqrt{7}$

$= 13\sqrt{7}$

B= $5\sqrt{3}+2\sqrt{27}-4\sqrt{75}$

$= 5\sqrt{3}+2\sqrt{9\times3}-4\sqrt{25\times3}$

$= 5\sqrt{3}+6\sqrt{3}-20\sqrt{3}$

$= -9\sqrt{3}$

Développer les expressions suivantes:

A= $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$= (\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2$

=5-3

=2

B= $(2\sqrt{11}+5)(2\sqrt{11}-5)$

$= 2(\sqrt{11})^2-(5)^2$

=44-25

=19

C= $(5-2\sqrt{2})(3-5\sqrt{2})$

$= 15-25\sqrt{2}-6\sqrt{2}+20$

$= 35-31\sqrt{2}$

D= $(4+\sqrt{3})^2$

D= $4^2+2\times4\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

D= $16+8\sqrt{3}+3$

D= $19+8\sqrt{3}$

On considère trois points A; B; C du plan tels que: $AB=10\sqrt{11}$ $AC=2\sqrt{275}$ $BC=5\sqrt{44}$

$AB=10\sqrt{11}$

$AC=2\sqrt{25\times11}$

$AC=10\sqrt{11}$

$BC=5\sqrt{44}$

$BC=5\sqrt{4\times11}$

$BC=10\sqrt{11}$

AB=AC=BC donc le triangle ABC est équilatéral.