Fiche exercices

EXERCICE 1

Simplifier:

$A=5\sqrt{8}-7\sqrt{18}+4\sqrt{2}$

$B=3\sqrt{12}-\sqrt{147}+\sqrt{27}$

EXERCICE 2

$A=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ Démontrer que $A=\sqrt{2}+1$

$B=\dfrac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{18}$ Démontrer que B est un entier naturel

EXERCICE 3

A; B et C sont 3 points tels que $AB=5\sqrt{3}$ $AC=4\sqrt{2}$ $BC=\sqrt{107}$

Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.

EXERCICE 4

A; B et C sont trois points tels que: $AB=\sqrt{11}-\sqrt{2}$ $AC=\sqrt{5}-\sqrt{2}$ $BC=\sqrt{11}+\sqrt{3}$

Que peut-on conclure?

EXERCICE 5

1. $X=\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$

Calculer X^2 en déduire que X est un entier naturel

2. $Y=\sqrt{9-\sqrt{17}}-\sqrt{9+\sqrt{17}}$

Déterminer une écriture plus simple de Y.

CORRECTION

EXERCICE 1

$A=5\sqrt{8}-7\sqrt{18}+4\sqrt{2}$
$A=5\sqrt{4\times 2}-7\sqrt{9\times 2}+4\sqrt{2}$
$A=10\sqrt{2}-21\sqrt{2}+4\sqrt{2}$
$A=-7\sqrt{2}$

$B=3\sqrt{12}-\sqrt{147}+\sqrt{27}$
$B=3\sqrt{4\times 3}-\sqrt{49\times 3}+\sqrt{9\times 3}$
$B=6\sqrt{3}-7\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
$B=2\sqrt{3}$

EXERCICE 2

$$A=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$A=\frac{1\times(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$$

$$A=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1^2}$$

$$A=\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}$$

$$A=\frac{\sqrt{2}+1}{1}$$

$$A=\sqrt{2}+1$$

$$B=\frac{\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{18}$$

$$B=\frac{\sqrt{4\times 2}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{9\times 2}$$

$$B=\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-3\sqrt{2}$$

$$B=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-3\sqrt{2}$$

$$B=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\frac{3\sqrt{2}\times(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1}$$

$$B=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\frac{6-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

$$B=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}-\frac{6-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$$

$$B=\frac{6\sqrt{2}-6}{\sqrt{2}-1}$$

$B = \dfrac{6(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1}$

$B = 6$

EXERCICE 3

Dans le triangle ABC:

$AB^2 = (5\sqrt{3})^2$

$AB^2 = 75$

$AC^2 = (4\sqrt{2})^2$

$AC^2 = 32$

$BC^2 = (\sqrt{107})^2$

$BC^2 = 107$

$BC^2=107$

$AB^2+AC^2=75+32=107$

$BC^2=AB^2+AC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

EXERCICE 4

$BC^2 = (\sqrt{11}+\sqrt{3})^2$

$BC^2 = (\sqrt{11})^2 + 2\times\sqrt{11}\times\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$

$BC^2 = 11 + 2\times\sqrt{33} + 3$

$BC^2 = 14 + 2\sqrt{33}$

$AB^2 = (\sqrt{11}-\sqrt{2})^2$

$AB^2 = (\sqrt{11})^2 - 2\times\sqrt{11}\times\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$AB^2 = 11 - 2\times\sqrt{22} + 2$

$AB^2 = 13 - 2\sqrt{22}$

$AC^2 = (\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$

$AC^2 = (\sqrt{5})^2 - 2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2$

$AC^2 = 5 - 2\times\sqrt{10} + 2$

$AC^2 = 7 - 2\sqrt{10}$

$AB^2+AC^2= \ 20-2\sqrt{10}-2\sqrt{22}$

Peut-on conclure sans calculatrice si $BC^2=AB^2+AC^2$ ou $BC^2\neq AB^2+AC^2$

Pour cela, on se propose d'encadrer $\sqrt{33}$ entre 2 entiers consécutifs.

Pour cela, on encadre 33 entre 2 carrés parfaits consécutifs.

$25<33<36$

$\sqrt{25}<\sqrt{33}<\sqrt{36}$

$5<\sqrt{33}<6$

$10<2\sqrt{33}<12$

Donc $BC^2>14+10$

$BC^2=24$

Or, $AB^2+AC^2<20$

donc $BC^2\neq AB^2+AC^2$

On peut envisager que le triangle ABC n'est pas rectangle.

Avant de démontrer que le triangle est rectangle ou non, il faut vérifier l'existence des points A; B et C.

Rappel: inégalité triangulaire

Dans tout triangle, la longueur du plus grand côté est inférieure ou égale à la somme des longueurs des 2 autres côtés (lorsque l'on a l'égalité, les 3 points sont alignés)

Donc, ici on doit avoir $BC\leq AB+AC$

Avec la calculatrice:

$AB\approx 1{,}902$

$AC\approx 0{,}822$

$BC\approx 4{,}731$

Donc $BC>AB+AC$

Conclusion, il n'existe pas de points A; B; C vérifiant les conditions imposées.

EXERCICE 5

1. $X^2=(\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}})^2$

$X^2=(\sqrt{7+\sqrt{24}})^2-2\times\sqrt{7+\sqrt{24}}\times\sqrt{7-\sqrt{24}}+(\sqrt{7-\sqrt{24}})^2$

$X^2=(7+\sqrt{24})-2\times\sqrt{7^2-(\sqrt{24})^2}+(7-\sqrt{24})$

$X^2=14-2\sqrt{25}$

$X^2=14-10$

$X^2=4$

Donc X=2 ou X=-2

X= $\sqrt{7+\sqrt{24}}-\sqrt{7-\sqrt{24}}$ >0

donc X=2

2. $Y^2=(\sqrt{9-\sqrt{17}}-\sqrt{9+\sqrt{17}})^2$

$Y^2=(\sqrt{9-\sqrt{17}})^2-2\times\sqrt{9-\sqrt{17}}\times\sqrt{9+\sqrt{17}}+(\sqrt{9+\sqrt{17}})^2$

$Y^2=9-\sqrt{17}-2\times\sqrt{9^2-(\sqrt{17})^2}+9+\sqrt{17}$

$Y^2=18-2\sqrt{64}$

$Y^2=2$

Donc Y= $\sqrt{2}$ ou Y=- $\sqrt{2}$

$Y=\sqrt{9-\sqrt{17}}-\sqrt{9+\sqrt{17}}$ <0

Donc Y=- $\sqrt{2}$