Fiche exercices

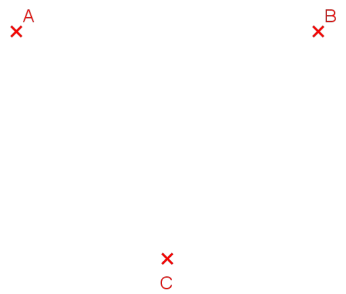
EXERCICE 1

$\mathscr{R}= (O;\vec{i};\vec{j})$ Est un repère du plan.
On considère les points A(1;2), B(-1;5) et C(5;2)

1. Construire le point D tel que : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ et construire le point E symétrique de D par rapport à A.
2. Calculer les coordonnées du vecteur : $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}$.

EXERCICE 2

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}$.
3. Démontrer que D est le milieu de [CE].
4. $\mathscr{R}= (O;\vec{i};\vec{j})$ est un repère du plan.
   On donne les coordonnées des points A, B et C dans ce repère :
   A(-3;4) B(1;4) C(-1;1)
   Calculer les coordonnées de D et E.
   Vérifier par le calcul que D est le milieu de [CE].
5. Maintenant on choisit le repère $(A, \overrightarrow{AB}:\overrightarrow{AC})$ qui n'est pas un repère orthogonal. Calculer les coordonnées de D et E dans ce repère et vérifier que D est le milieu de [CE].



EXERCICE 3

$\mathscr{R}= (O;\vec{i};\vec{j})$ est un repère du plan.
On considère les points A(1;4), B(-3;1) et C(3;-2).

1. Calculer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\vec{0}$
2. Calculer les coordonnées du milieu K de [BC].
3. Calculer les coordonnées du symétrique L de A par rapport à G.
4. Vérifier que K est le milieu de [GL].

EXERCICE 4

$\mathscr{R}= (O;\vec{i};\vec{j})$ est un repère du plan.
On considère les points A(-1;1), B(2;3) et C(3;-1).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ puis $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
2. Placer dans le repère les points a, B, C et construire le point D.

EXERCICE 5

$\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.
On considère les points A(-3;-2), B(4;-1) et C(1;4).

1. Soit $M(x_M; y_M)$, exprimer les coordonnées du vecteur : $\vec{v}_M = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ en fonction de x_M et y_M.

2. Calculer les coordonnées du point M tel que : $\vec{v}_M = \vec{0}$.

EXERCICE 6

$\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.
On considèreles vecteurs : $\vec{u} = \overrightarrow{OA}(2;-3)$, $\vec{v} = \overrightarrow{OB}(3;1)$ et $\vec{w} = \overrightarrow{OC}(1;3)$.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$ puis construire le point E tel que $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OE}$.

2. Construire le point F tel que $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OF}$ puis construire le point G tel que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OG}$.

3. Calculer les coordonnées de D et E puis de F et G.
Conclusion ?

EXERCICE 7

$\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.
On considère les points : A(-1;-1), B(2;3), C(4;2) et E(5;-1).

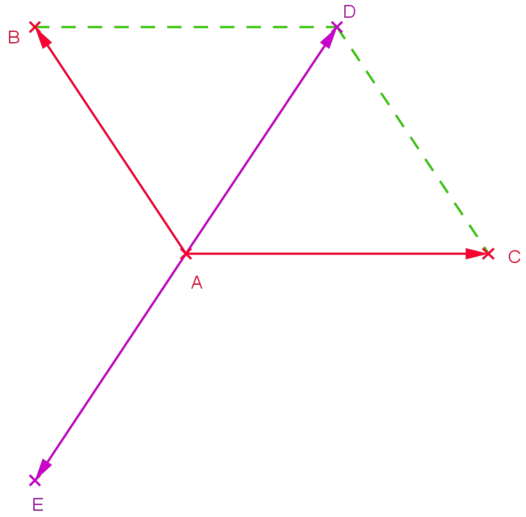
1. Calculer les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme..

3. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{CA}$.

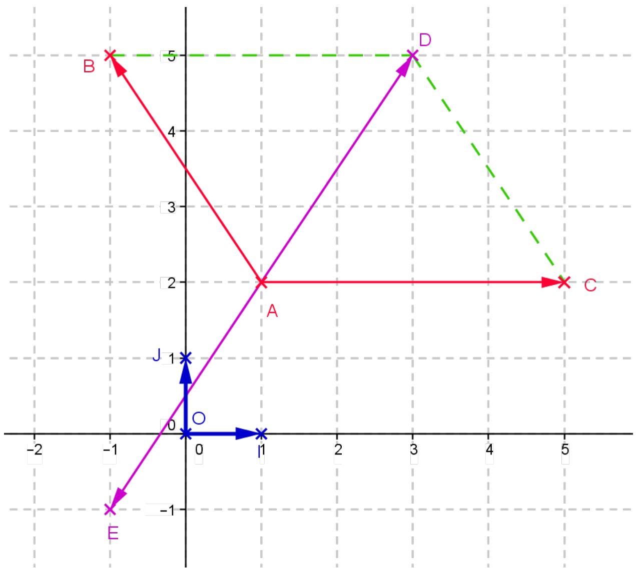
CORRECTION

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ et construire le point E symétrique de D par rapport à A



ABDC est un parallélogramme. A est le milieu de[DE]

2. Calculer les coordonnées du vecteur : $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}$



. A(1;2) B(-1;5)
$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A\,;y_B-y_A)$ $\overrightarrow{AB}(-1-1\,;5-2)$ $\overrightarrow{AB}(-2\,;3)$

. A(1;2) C(5;2)
$\overrightarrow{AC}(x_C-x_A\,;y_C-y_A)$ $\overrightarrow{AC}(5-1\,;2-2)$ $\overrightarrow{AC}(4\,;0)$

. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{AD}(-2+4\,;3+0)$ $\overrightarrow{AD}(2\,;3)$
$\overrightarrow{AD}(x_d-x_A\,;y_D-y_A)$ $\overrightarrow{AD}(x_D-1\,;y_D-2)$

donc $\begin{cases}x_D-1=2\\ y_D-2=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_D=3\\ y_D=5\end{cases}$ D(3;5)

. E est le symétrique de D par rapport à A donc A est le milieu de [DE]

$x_A=\frac{x_E+x_D}{2} \Leftrightarrow 1=\frac{x_E+3}{2} \Leftrightarrow 2=x_E+3 \Leftrightarrow x_E=-1$

$y_A=\frac{y_E+y_D}{2} \Leftrightarrow 2=\frac{y_E+5}{2} \Leftrightarrow 4=y_E+5 \Leftrightarrow y_E=-1$ E(-1;-1)

$\overrightarrow{AE}(x_E - x_A ; y_E - y_A)$ $\overrightarrow{AE}(-1-1 ; -1-2)$ $\overrightarrow{AE}(-2 ; -3)$

$\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}(-2+4-2 ; 3+0-3)$ $\vec{v}(0 ; 0)$

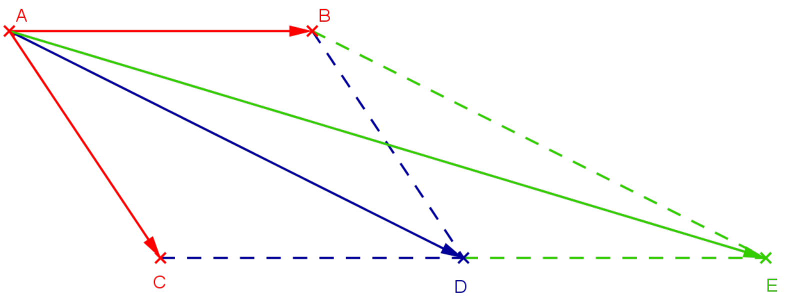
$\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \vec{0}$

EXERCICE 2

1. Construire le point D tel que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

2. Construire le point E tel que : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE}$

On construit les parallélogrammes ABDC et ABED.



3. Démontrer que D es le milieu de [CE]

ABDC est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

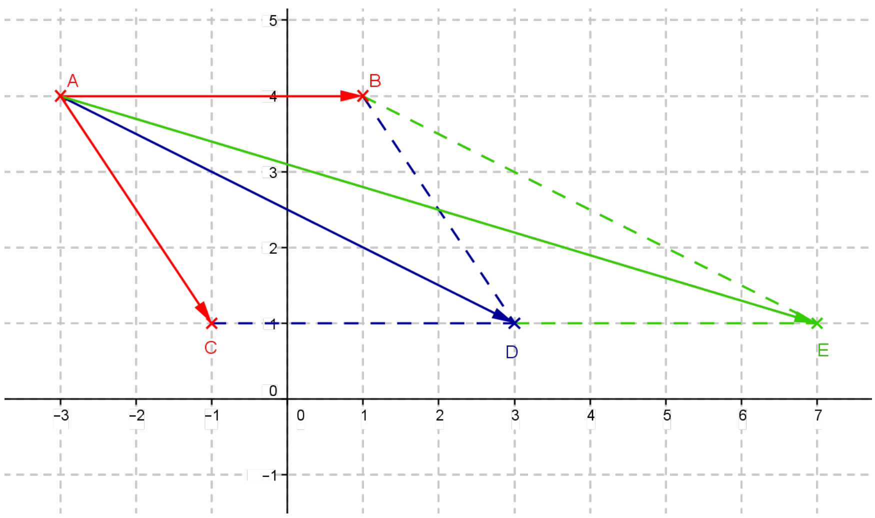
ABED est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DE}$

<u>Conséquence</u>

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DE}$ **et D est le milieu de [CE].**

4. Calculer les coordonnées de D et E.
Vérifier par le calcul que D et le milieu de [CE].

A(-3;4) B(1;4) C(-1;1)



- $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ $\overrightarrow{AB}(1+3 ; 4-4)$ $\overrightarrow{AB}(4 ; 0)$

  $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A ; y_C - y_A)$ $\overrightarrow{AC}(-1+3 ; 1-4)$ $\overrightarrow{AC}(2 ; -3)$

  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(4+2 ; 0-3)$ $\overrightarrow{AD}(6 ; -3)$

  $\overrightarrow{AD}(x_D - x_A ; y_B - y_A)$ $\overrightarrow{AD}(x_D + 3 ; y_D - 4)$

  On obtient : $\begin{cases} x_D + 3 = 6 \\ y_D - 4 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 1 \end{cases}$ **D(3;1).**

- $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}(4+6 ; 0-3)$ $\overrightarrow{AE}(10 ; -3)$

  $\overrightarrow{AE}(x_E - x_A ; y_E - y_A)$ $\overrightarrow{AE}(x_E + 3 ; y_E - 4)$

On obtient : $\begin{cases} x_E+3=10 \\ y_E-4=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E=7 \\ y_E=1 \end{cases}$ **E(7;1).**

- C(-1;1) E(7;1)
  Soit M le milieu de [CE]
  $x_M=\frac{x_C+x_E}{2}=\frac{-1+7}{2}=3$ $y_M=\frac{y_C+y_E}{2}=\frac{1+1}{2}=1$ M(3;1)
  Or D(3;1) donc D=M et **D est le milieu de [CE].**

5. Dans le repère $(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{AB}(1;0)$ $\overrightarrow{AC}(0;1)$ A(0;0) B(1;0) C(1;0)

$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}(1+0;0+1)$ $\overrightarrow{AD}(1;1)$ **D(1;1)**

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}(1+1;0+1)$ $\overrightarrow{AE}(2;1)$ **E(2;1)**

Soit M le milieu de [CE]

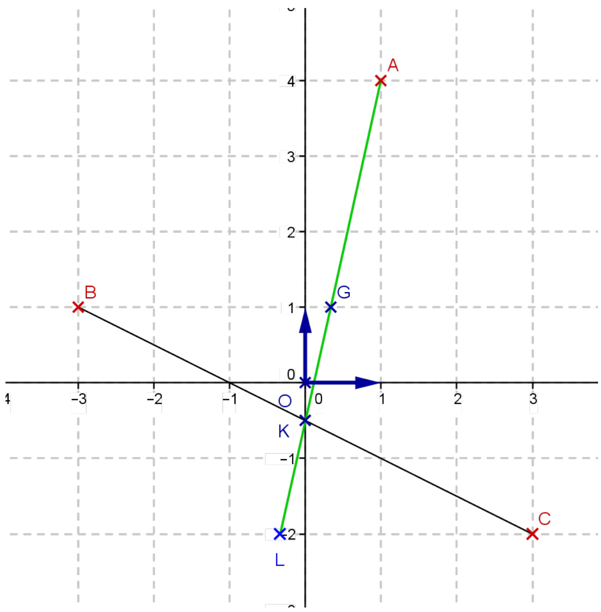
$x_M=\frac{x_C+x_E}{2}=\frac{0+2}{2}=1$ $y_M=\frac{y_C+y_E}{2}=\frac{1+1}{2}=1$ M(1;1)

Or D(1;1) donc D=M et **D est lemilieu de [CE].**

EXERCICE 3

1. Calculer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\vec{0}$

A(1;4) B(-3;1) C(3;-2)



$\overrightarrow{AG}(x_G-x_A;y_G-y_A)$ $\overrightarrow{AG}(x_G-1;y_G-4)$

$\overrightarrow{BG}(x_G-x_B;y_G-y_B)$ $\overrightarrow{BG}(x_G+3;y_G-1)$

$\overrightarrow{CG}(x_G-x_C;y_G-y_C)$ $\overrightarrow{CG}(x_G-3;y_G+2)$

$\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}(x_G-1+x_G+3+x_G-3;y_G-4+y_G-1+y_G+2)$ $\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}(3x_G-1;3y_G-3)$

$\vec{0}(0;0)$

$\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_G-1=0 \\ 3y_G-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\frac{1}{3} \\ y_G=1 \end{cases}$ $G\left(\frac{1}{3};1\right)$

2. Calculer les coordonnées du milieu K de [BC]

B(-3;1) C(3;-2)

$x_K=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-3+3}{2}=0$ $y_K=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{1-2}{2}=-\frac{1}{2}$ $K\left(0;-\frac{1}{2}\right)$

3. Calculer les coordonnées du symétrique L de A par rapport à G

G est donc le milieu de [LA].

$x_G = \frac{x_L + x_A}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{x_L + 1}{2} \Leftrightarrow x_L = -\frac{1}{3}$

$y_G = \frac{y_L + y_A}{2} \Leftrightarrow 1 = \frac{y_L + 4}{2} \Leftrightarrow y_L = -2$

$L\left(-\frac{1}{3}; -2\right)$

4. Vérifier que K est le milieu de [GL]

Soit M le milieu de [GL]

$x_M = \frac{x_G + x_L}{2} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{3}}{2} = 0$ $\quad y_M = \frac{yG + y_L}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}$ $\quad M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$

Or $K\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ donc K=M et **K est le milieu de [GL].**

EXERCICE 4

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ puis $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

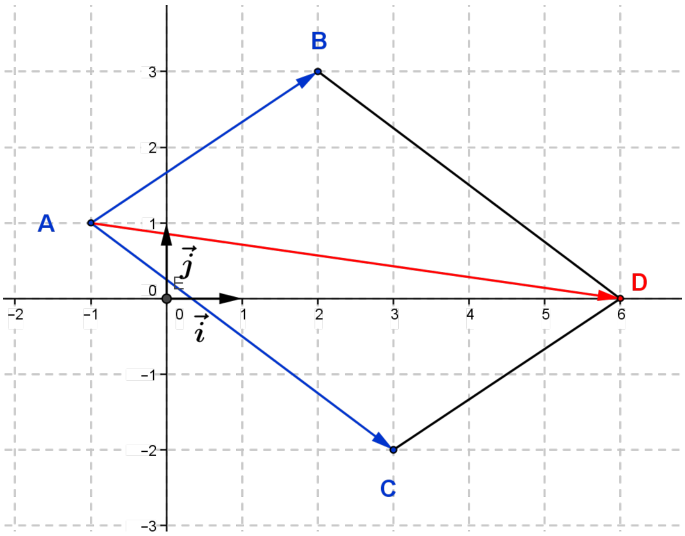
A(-1;1) B(2;3) C(3;-2)

$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ $\quad \overrightarrow{AB}(2+1; 3-1)$ $\quad \overrightarrow{AB}(3;2)$

$\overrightarrow{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A)$ $\quad \overrightarrow{AC}(3+1; -2-1)$ $\quad \overrightarrow{AC}(4;-3)$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}(2+1; 2-3)$ $\quad \overrightarrow{AD}(7;-1)$

2. Placer dans le repère les points A, B, C et construire le point D



EXERCICE 5

1. Soit $M(x_M; y_M)$. Exprimer les coordonnées du vecteur $\vec{v}_M = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}$ en fonction de x_M et y_M

A(-3;-2) B(4;-1) C(1;4)

$\overrightarrow{AM}(x_M - x_A; y_M - y_A)$ $\quad \overrightarrow{AM}(x_M + 3; y_M + 2)$

$\overrightarrow{BM}(x_M - x_B; y_M - y_B)$ $\quad \overrightarrow{BM}(x_M - 4; y_M + 1)$

$\overrightarrow{CM}(x_M - x_C; y_M - y_C)$ $\quad \overrightarrow{CM}(x_M - 1 : y_M - 4)$

$\vec{v}_M = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}(x_M + 3 + x_M - 1 + x_M - 1 ; y_M + 2 + y_M + 1 + y_M - 4)$

$\vec{v}_M(3x_M - 2; 3y_M - 1)$

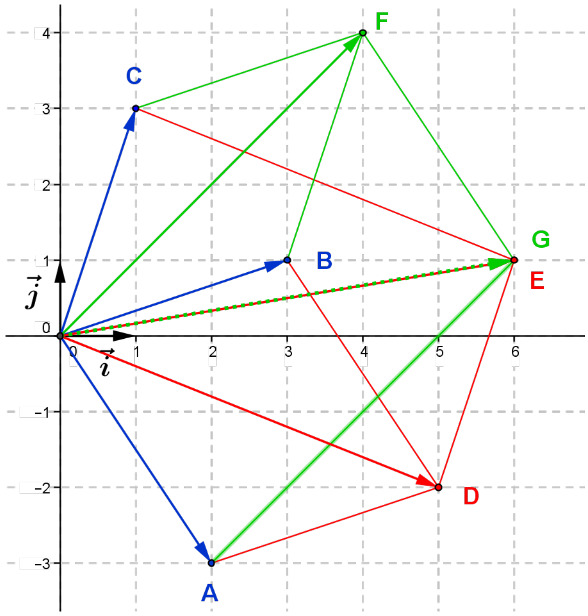
2. Calculer les coordonnées du point M tel que $\vec{v_M}=\vec{0}$

$$\vec{v_M}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_M-2=0 \\ 3y_M-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=\frac{2}{3} \\ y_M=\frac{1}{3} \end{cases} \quad M\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$$

EXERCICE 6

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$ puis construire le point E tel que : $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OE}$

2. Construire le point F tel que $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OF}$ puis construire le point G tel que : $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OG}$



On construit les parallélogrammes : OADB, OCED, OBFC et OBFG.

3. Calculer les coordonnées de D et de E puis F et G. Conclusion ?

$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}(2+3;-3+1)$ $\quad\overrightarrow{OD}(5;-2)$ **D(5;-2)**

$\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC}(5+1;-2+3)$ $\quad\overrightarrow{OE}(6;1)$ **E(6;1)**

$\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}(3+1;1+3)$ $\quad\overrightarrow{OF}(4;4)$ **F(4;4)**

$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OF}(2+4;-3+4)$ $\quad\overrightarrow{OG}(6;1)$ **G(6;1)**

Conclusion

G=E donc $(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$

EXERCICE 7

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$

A(-1;-1) B(2;3) C(4;2)

$\overrightarrow{AB}(2+1;3+1)$ $\quad\overrightarrow{AB}(3;4)$

$\overrightarrow{BC}(4-2;2-3)$ $\quad\overrightarrow{BC}(2;-1)$

$\overrightarrow{AC}(4+1;2+1)$ $\quad\overrightarrow{AC}(5;3)$

2. Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme

ABCD est un paralélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{DC}(4-x_D;2-y_D)$ $\quad\overrightarrow{AB}(3;4)$

On obtient : $\begin{cases} 4-x_D=3 \\ 2-y_D=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=1 \\ y_D=-2 \end{cases} \quad D(1;-2)$

3. **Calculer les coordonnées de** $\overrightarrow{CE}$ $\overrightarrow{EA}$ **et** $\overrightarrow{CA}$

A(-1;-1) C(4;2) E(5;-1)

$\overrightarrow{CE}(5-4;-1-2)$ $\overrightarrow{CE}(1;-3)$

$\overrightarrow{EA}(-1-5;-1-1)$ $\overrightarrow{EA}(-6;0)$

$\overrightarrow{CA}(-1-4;-1-2)$ $\overrightarrow{CA}(-5;-3)$