

Fiche exercices

EXERCICE 1

Un document INSEE donne les taux de chômage de 22 régions de France au troisième trimestre 2009.

8,5%; 8,8%; 8,4%; 8,4%; 7,7%; 8,2%; 9,7%; 8,3%; 9,4%; 7,9%; 12,7%; 7,8%; 9,9%; 9,1%; 12,6%; 8,7%; 10,2%; 8,1%; 11%; 9,1%; 10,5%; 8,5%

1. Déterminer la médiane, les quartiles Q_1 et Q_3 et la moyenne de cette série statistique.
2. Effectuer le graphique en boîte ou « boîte à moustache » de cette série.

EXERCICE 2

Pour un concours de jeux vidéos, on regroupe les participants suivant les tranches d'âge:

Âges	[5;10[[10;15[[15;20[[20;25[
Effectifs	15	25	19	6

1. Déterminer les fréquences de chaque classe.
2. Calculer les fréquences cumulées croissantes et tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.
3. Déterminer graphiquement la médiane et les quartiles de cette série.
4. Retrouver ces résultats par le calcul.

EXERCICE 3

On considère les salaires mensuels en euros dans une entreprise (on regroupe les salaires par tranches de 500€).

Salaires	[1000;1500[[1500;2000[[2000;2500[[2500;3000[[3000;3500[[3500;4000[[4000;4500[[4500;5000[
Effectifs	11	36	42	31	17	10	2	1

En utilisant un tableau:

1. Déterminer le nombre total de salariés de l'entreprise.
2. Calculer les fréquences.
3. Déterminer les fréquences cumulées croissantes. Construire la courbe des fréquences cumulées croissantes.
4. Déterminer graphiquement la médiane et les quartiles. Retrouver les résultats par le calcul.
5. Calculer la moyenne de la série statistique.

EXERCICE 4

On considère les temps des vainqueurs (hommes) du marathon de New-York des 20 années de 1990 à 2009.

1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
2h12min39s	2h09min28s	5h09min29s	2h10min04s	2h11min21s	2h11min00s	2h09min54s	2h08min12s	2h08min45s	2h09min19s

2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
2h10min09s	2h07min43s	2h08min07s	2h10min30s	2h09min28s	2h09min30s	2h09min58s	2h09min04s	2h08min43s	2h09min15s

1. Déterminer la moyenne, la médiane, les quartiles Q_1 et Q_3 , l'étendue et l'écart interquartile de la série statistique.
2. Effectuer le graphique en boîte ou boîte à moustaches de cette série.

Remarque: on peut exprimer tous les temps en secondes.

CORRECTION

EXERCICE 1

1. Dans la première colonne, on écrit les 19 valeurs distinctes des taux de A2 à A20. (Remarque: dans le cours, on a travaillé avec les lignes, mais on peut aussi travailler en colonnes).

On remplit les effectifs correspondants dans les cellules de B2 à B20.

Dans la cellule A22, on écrit: « somme des effectifs » et dans la cellule B22, on écrit: « =somme(B2:B20) » et on appuie sur entrée.

Pour calculer les effectifs cumulés croissants, en C2, on écrit: « =B2 », on appuie sur entrée, puis en C3, on écrit: « =C2+B3 », on appuie sur entrée, et on étire la formule jusque C20.

Pour calculer la moyenne de la série:

En E2, on écrit: « somme des produits » et en E3, on écrit: « =sommeprod(A2:A20;B2:B20) » et on appuie sur entrée.

Puis en F2, on écrit: « moyenne » et en F3, on écrit: « =E3/B22 », on appuie sur entrée. On obtient la moyenne.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Taux de chômage	Effectifs	Effectifs cumulés croissants						
2	7,7	1	1		Somme des produits	Moyenne			
3	7,8	1	2		203,5	9,25			
4	7,9	1	3						
5	8,1	1	4						
6	8,2	1	5						
7	8,3	1	6						
8	8,4	2	8						
9	8,5	2	10						
10	8,7	1	11						
11	8,8	1	12						
12	9,1	2	14						
13	9,4	1	15						
14	9,7	1	16						
15	9,9	1	17						
16	10,2	1	18						
17	10,5	1	19						

La moyenne de cette série est donc **9,25**.

Recherchons maintenant la médiane de la série statistique:

L'effectif total de la série est pair:

$$N=22=2 \times 11$$

La médiane est donc la demi-somme des nombre de la liste situés aux rangs 11 et 12. On regarde les effectifs cumulés croissants. Les nombres correspondants aux rangs 11 et 12 sont égaux respectivement à 8,7 et 8,8.

$$\frac{8,7 + 8,8}{2} = 8,75$$

Donc la médiane est **8,75**.

Recherchons maintenant les quartiles Q_1 et Q_3 .

$N=22$ n'est pas un multiple de 4 . On considère le plus petit multiple de 4 strictement supérieur à 22: $24=4 \times 6$. Q_1 est le 6^{ième} nombre de la liste. On regarde les effectifs cumulés croissants. Le nombre correspondant au rang 6 est égal à 8,3.

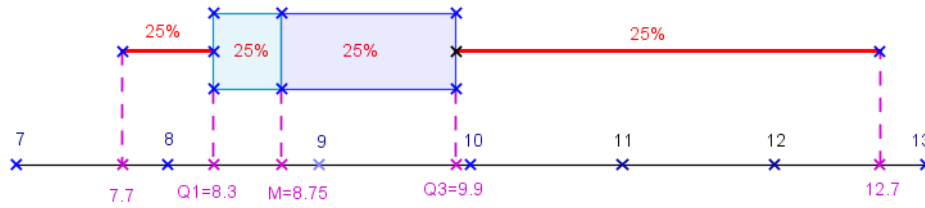
Donc $Q_1=8,3$.

$$3 \times 22 = 66$$

On considère le plus petit multiple de 4 supérieur à 66: $68=4 \times 17$. Q_3 est le 17^{ième} nombre de la liste. On regarde les effectifs cumulés croissants. Le nombre correspondant au rang 17 est égal à 9,9.

Donc $Q_3=9,9$.

2.



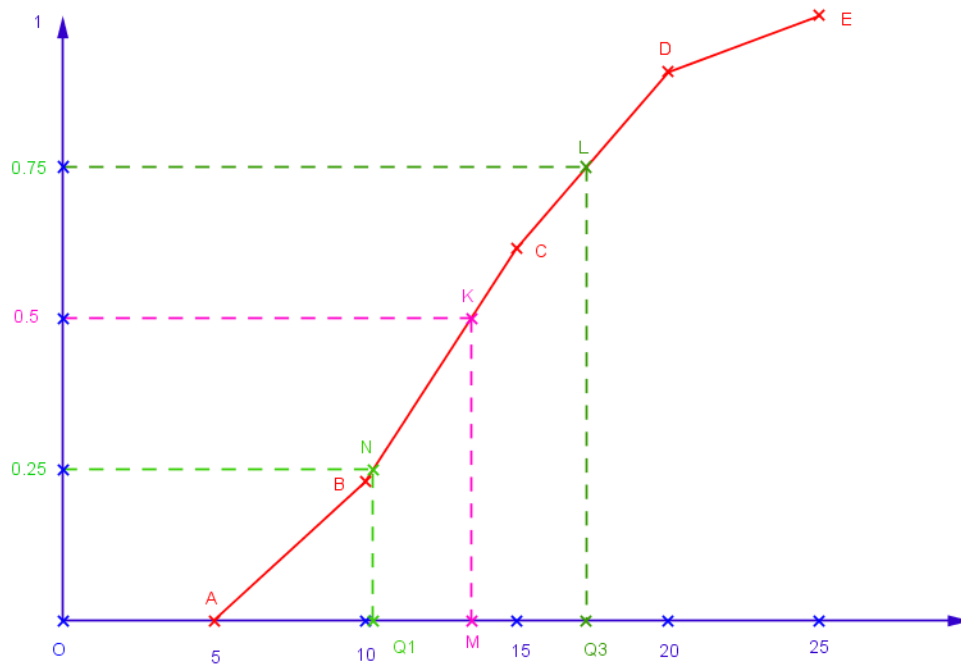
EXERCICE 2

1. Pour calculer les fréquences, on a besoin de calculer l'effectif total.
 Dans la cellule F2, on écrit: « effectif total » et dans la cellule G2, on écrit: « =somme(B2:E2) », on appuie sur entrée. On obtient l'effectif total: 65.
 Pour calculer les fréquences, on écrit en B3: « =B2/\$G2 », on appuie sur entrée et on étire la formule jusque E3.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Âges	[0;10]	[10;15]	[15;20]	[20;25]		
2	Effectifs	15	25	19	6	Effectif Total	65
3	Fréquences	0.23	0.39	0.29	0.09		
4	Fréquences cumulées	0.23	0.62	0.91	1		

2. Pour calculer les fréquences cumulées croissantes, dans la cellule B4, on écrit: « =B3 », on appuie sur entrée.
 Dans la cellule C4, on écrit: « =B4+C3 », on appuie sur entrée et on étire cette formule jusque E4.

3. Pour tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes, on place les points:
 A(5;0) B(10;0,23) C(15;0,62) D(20;0,91) E(25;1)



Pour déterminer graphiquement la médiane, il suffit de déterminer l'antécédent de 0,5 par la fonction dont la courbe est la courbe des fréquences cumulées croissantes, c'est à dire l'abscisse du point de la courbe ayant pour ordonnée: 0,5.

On fait de même pour Q_1 , il suffit de déterminer l'antécédent de 0,25 par la fonction dont la courbe est la courbe des fréquences cumulées croissantes.

On fait de même pour Q_3 , il suffit de déterminer l'antécédent de 0,75 par la fonction dont la courbe est la courbe des fréquences cumulées croissantes.

Pour la médiane, on évalue: 13,5 (entre 13 et 14)

Pour Q_1 , on évalue: 10,2

Pour Q_3 , on évalue: 17,5

4. Maintenant, on va retrouver ces résultats par le calcul.

Pour la médiane:

On appelle K le point d'ordonnée 0,5. $K \in [BC]$.

(BC) n'est pas une droite verticale.

Nous avons vu dans le chapitre sur les équations de droites une condition pour que trois points soient alignés:

$$\frac{y_K - y_B}{x_K - x_B} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} \quad \text{On choisit 3 décimales pour les fréquences.}$$

$$\frac{0,5 - 0,231}{x_K - 10} = \frac{0,615 - 0,231}{15 - 10}$$

$$\frac{0,269}{x_K - 10} = \frac{0,384}{5}$$

$$x_K - 10 = \frac{5 \times 0,269}{0,384}$$

$$x_K = 10 + \frac{5 \times 0,269}{0,384}$$

$$x_K \approx 13,5$$

L'âge médian est 13ans et 6mois.

On appelle N le point de la courbe d'ordonnée 0,25. $N \in [BC]$

$$\frac{y_N - y_B}{x_N - x_B} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$$

$$\frac{0,25 - 0,231}{x_N - 10} = \frac{0,615 - 0,231}{15 - 10}$$

$$\frac{0,019}{x_N - 10} = \frac{0,384}{5}$$

$$x_N - 10 = \frac{5 \times 0,019}{0,384}$$

$$x_N = 10 + \frac{5 \times 0,019}{0,384}$$

$$x_N \approx 10,25$$

Le premier quartile est 10 ans et trois mois.

On appelle L le point de la courbe d'ordonnée 0,75. $L \in [CD]$

$$\frac{y_L - y_C}{x_L - x_C} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C}$$

$$\frac{0,75 - 0,615}{x_L - 15} = \frac{0,908 - 0,615}{5}$$

$$\frac{0,135}{x_L - 15} = \frac{0,293}{5}$$

$$x_L - 15 = \frac{5 \times 0,135}{0,293}$$

$$x_L = 15 + \frac{5 \times 0,135}{0,293}$$

$$x_L \approx 17,30$$

Le troisième quartile est 17 ans et 4mois.

EXERCICE 3

1. On écrit les classes de B1 à I1 et les effectifs de B2 à I2.

Il faut calculer l'effectif total. On écrit en J2: « effectif total » et en K2: « =somme(B2:I2) », on appuie sur entrée.

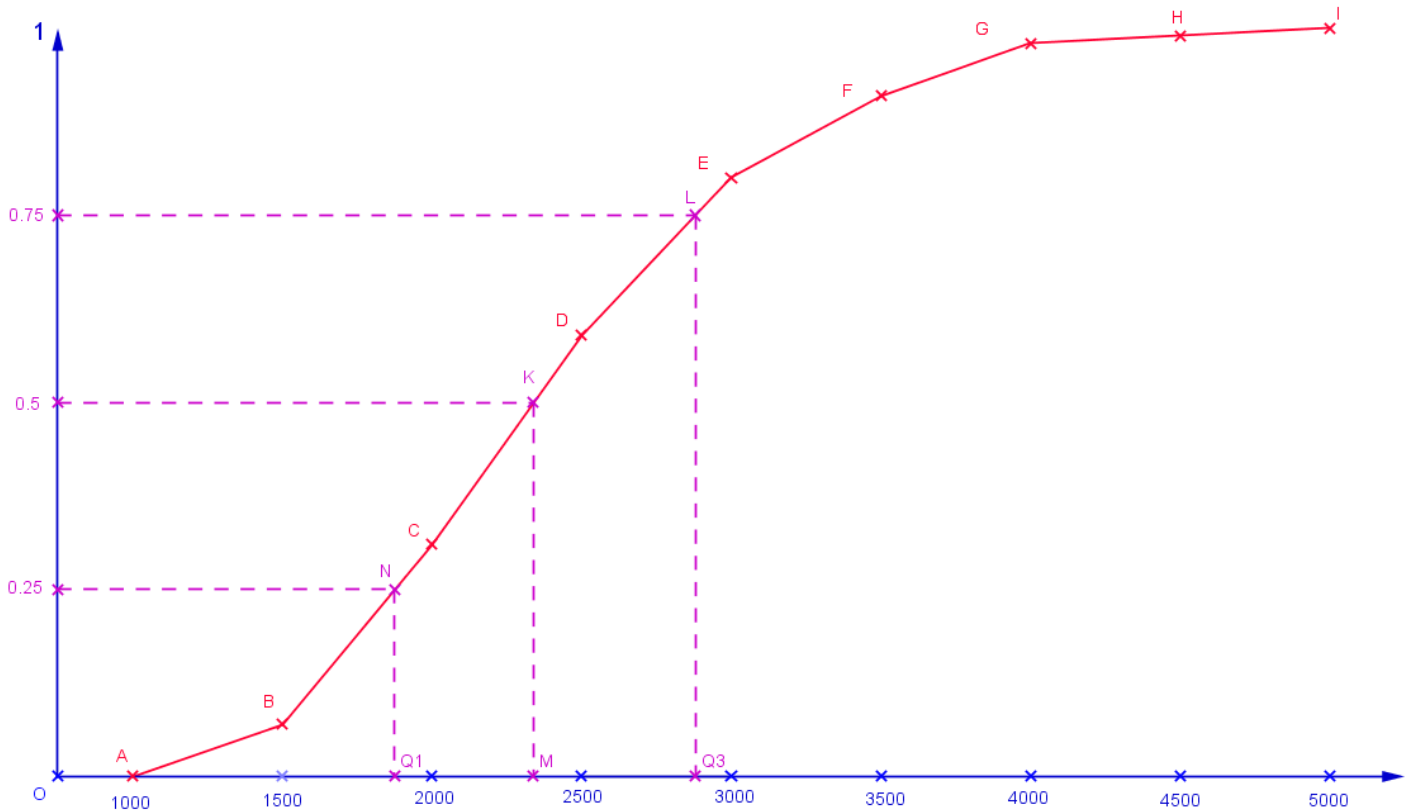
2. Pour calculer les fréquences, en B3, on écrit: « =B2/\$K2 », on appuie sur entrée et on étire cette formule jusqu'à I3.

3. Pour calculer les fréquences cumulées fréquences, en B4, on écrit: « =B3 », en C4, on écrit: « =B4+C3 », on appuie sur entrée et on étire cette formule jusque I4.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Classes	[1000;1500]	[1500;2000]	[2000;2500]	[2500;3000]	[3000;3500]	[3500;4000]	[4000;4500]	[4500;5000]		
2	Effectifs	11	36	42	31	17	10	2	1	Effectif Total	150
3	Fréquences	0.07	0.24	0.28	0.21	0.11	0.07	0.01	0.01		
4	F.C.C.	0.07	0.31	0.59	0.8	0.91	0.98	0.99	1		

Pour tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes, on place les points:

A(1000;0) B(1500;0,07) C(2000;0,31) D(2500;0,59) E(3000;0,8) F(3500;0,91)
 G(4000;0,98) H(4500;0,99) I(5000;1)



Graphiquement, on obtient:

$M \approx 2350$

$Q_1 \approx 1900$

$Q_2 \approx 2900$

4. Par les calculs:

Pour la médiane:

On appelle K le point d'ordonnée 0,5. $K \in [CD]$.

$$\frac{y_K - y_C}{x_K - x_C} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C}$$

$$\frac{0,5 - 0,31}{x_K - 2000} = \frac{0,59 - 0,31}{2500 - 2000}$$

$$\frac{0,19}{x_K - 2000} = \frac{0,28}{500}$$

$$x_K - 2000 = \frac{500 \times 0,19}{0,28}$$

$$x_K = 2000 + \frac{500 \times 0,19}{0,28}$$

$x_K \approx 2339$

La médiane est 2339.

On appelle N le point de la courbe d'ordonnée 0,25. $N \in [BC]$

$$\frac{y_N - y_B}{x_N - x_B} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B}$$

$$\frac{0,25 - 0,07}{x_N - 1500} = \frac{0,31 - 0,07}{2000 - 1500}$$

$$\frac{0,18}{x_N - 1500} = \frac{0,24}{500}$$

$$x_N - 1500 = \frac{500 \times 0,18}{0,24}$$

$$x_N = 1500 + \frac{500 \times 0,18}{0,24}$$

$$x_N \approx 1875$$

Le premier quartile est 1875.

On appelle L le point de la courbe d'ordonnée 0,75. $L \in [DE]$

$$\frac{y_L - y_D}{x_L - x_D} = \frac{y_E - y_D}{x_E - x_D}$$

$$\frac{0,75 - 0,59}{x_L - 2500} = \frac{0,8 - 0,59}{3000 - 2500}$$

$$\frac{0,16}{x_L - 2500} = \frac{0,21}{500}$$

$$x_L - 2500 = \frac{500 \times 0,16}{0,21}$$

$$x_L = 2500 + \frac{500 \times 0,16}{0,21}$$

$$x_L \approx 2881$$

Le troisième quartile est 2881.

5. On écrit les centres des classes entre B5 et I5.

En B6, on écrit: « somme des produits »

En C6, on écrit: « =sommeprod(B2:I2;B5:I5) », on appuie sur entrée.

En B7, on écrit: « moyenne ».

En C7, on écrit: « =C6/K2 », on appuie sur entrée

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Classes	[1000;1500]	[1500;2000]	[2000;2500]	[2500;3000]	[3000;3500]	[3500;4000]	[4000;4500]	[4500;5000]		
2	Effectifs	11	36	42	31	17	10	2	1	Effectif Total	150
3	Fréquences	0.07	0.24	0.28	0.21	0.11	0.07	0.01	0.01		
4	F.C.C.	0.07	0.31	0.59	0.8	0.91	0.98	0.99	1		
5	Centres	1250	1750	2250	2750	3250	3750	4250	4750		
6		Somme des produits	362500								
7		Moyenne	2416.67								

La moyenne est environ 2417€.

EXERCICE 4

1.

On exprime les temps en secondes. On obtient:

7959; 7768; 7769; 7804; 7881; 7860; 7794; 7692; 7725; 7759; 7809; 7663; 7687; 7830; 7768; 7770; 7798; 7744; 7723; 7755.

On classe ces valeurs dans l'ordre croissant dans un tableau en donnant les effectifs et les effectifs cumulés croissants.

	A	B	C	D	E
1	Temps en seconde	effectifs	Effectifs Cumulés Croissants		
2	7663	1	1		somme des pro
3	7687	1	2		155558
4	7692	1	3		
5	7723	1	4		
6	7725	1	5		
7	7744	1	6		
8	7755	1	7		
9	7759	1	8		
10	7768	2	10		
11	7769	1	11		
12	7770	1	12		
13	7794	1	13		
14	7798	1	14		
15	7804	1	15		
16	7809	1	16		
17	7830	1	17		

De A2 à A20, on écrit les 19 temps distincts dans l'ordre croissant.

De B2 à B20, on écrit les effectifs correspondants.

En A22, on écrit: « effectif total », et en B22, on écrit: « =somme(B2:B20) », on appuie sur entrée. On obtient 20 comme effectif total.

Pour les effectifs cumulés croissants:

En C2, on écrit: « =B2 », en C3, on écrit: « =C2+B3 », on appuie sur entrée et on étire la formule jusque C10.

Pour le calcul de la moyenne:

En E2, on écrit: « somme des produits », et en E3, on écrit: « =sommeprod(A2:A20;B2:B20) », on appuie sur entrée.

En F2, on écrit: « =E3/B22 »

On obtient:

La moyenne est 7778.

Le temps moyen mis par les vainqueurs du marathon de New-York de 1990 à 2009 est 7778s soit 2h09min38s.

Recherchons maintenant la médiane de la série statistique:

L'effectif total de la série est pair:

$$N=20=2 \times 10$$

La médiane est donc la demi-somme des nombre de la liste situés aux rangs 10 et 11. On regarde les effectifs cumulés croissants. Les nombres correspondants aux rangs 10 et 11 sont égaux respectivement à 7768 et 7769.

$$\frac{7768+7769}{2}=7768,5$$

Donc la médiane est 7768,5, soit **2h09min28s5/10**.

Recherchons maintenant les quartiles Q_1 et Q_3 .

$N=20$ un multiple de 4 . $20=4 \times 5$. Q_1 est le 5^{ième} nombre de la liste. On regarde les effectifs cumulés croissants. Le nombre correspondant au rang 5 est égal à 7725.

Donc $Q_1=7725$, soit **2h08min45s**

$$3 \times 5 = 15$$

Q_3 est le 15^{ième} nombre de la liste. On regarde les effectifs cumulés croissants. Le nombre correspondant au rang 15 est égal à 7804.

Donc $Q_3=7804$, soit **2h10min09s**

$$7959-7663=296$$

L'étendue est **296s**, soit **4min46s**

$$7809-7725=84$$

L'écart inter-quartile est **84s**, soit **1min24s**

2.

