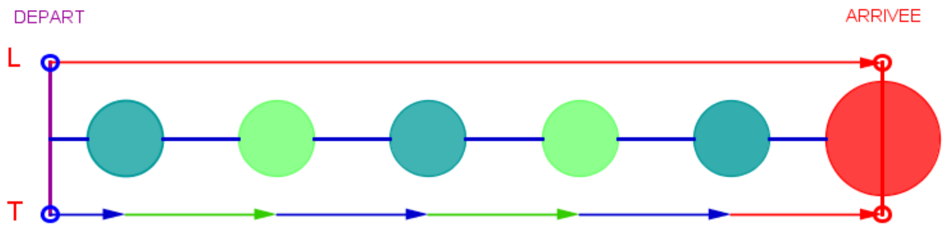
Fiche exercices

EXERCICE 1

Le jeu du lièvre et de la tortue

L: lièvre T: tortue



On lance un dé équilibré à six faces.

- Si le 6 sort, le lièvre se déplace de 6 cases donc le lièvre gagne.
- Sinon, la tortue se déplace d'une case et on continue jusqu'à ce qu'il y a un gagnant.

1. A quelles conditions la tortue gagne-t-elle l'épreuve?
2. Modéliser cette expérience pour pouvoir utiliser un tableur.

Effectuer 100 simulations puis 500.
Quelle conjecture peut-on faire?

Exercice 2

On considère l'expérience suivante:
« On lance trois dés cubiques équilibrés et on note la somme des valeurs des trois dés »
Obtient-on plus souvent le 9 ou le 10?
On modélisera l'expérience et on effectuera 1000 simulations
Peut-on émettre une conjecture au seuil de 95%?

EXERCICE 3

Une usine fabrique des objets ne pouvant présenter que deux défauts:

- le défaut A avec une probabilité de $\frac{1}{100}$
- le défaut B avec une probabilité de $\frac{1}{40}$

Le directeur de l'usine fait le raisonnement suivant: $\frac{1}{100}+\frac{1}{40}=\frac{7}{200}<\frac{4}{100}$ et affirme il y a au plus quatre objets ayant au moins un défaut pour cent objets fabriqués.
Modéliser la fabrication d'un objet et effectuer 1000 simulations.
Que peut-on répondre au directeur?

EXERCICE 4

On considère l'expérience suivante:
« On lance trois dés cubiques équilibrés et on note la somme des valeurs des trois dés »
Obtient-on plus souvent le 8 ou le 11?
On modélisera l'expérience et on effectuera 1000 simulations
Peut-on émettre une conjecture au seuil de 95%?

EXERCICE 5

Une usine fabrique des objets ne pouvant présenter que deux défauts:

- le défaut A avec une probabilité de $\frac{3}{100}$
- le défaut B avec une probabilité de $\frac{1}{80}$

Modéliser la fabrication d'un objet et effectuer 1000 simulations.

CORRECTION

EXERCICE 1

Le jeu du lièvre et de la tortue

1. Pour que la tortue gagne l'épreuve, il faut 6 lancers consécutifs du dé donnant un résultat différent de 6.
2. On peut utiliser pour le tableur l'instruction:

Si(test;valeur si test est vérifié;valeur si test n'est pas vérifié)
Avec cette instruction, un test compare des nombres. On convient d'associer à un succès de la tortue le nombre 1 et dans le cas contraire: 0.

Pour modéliser l'expérience, on suppose que pour chaque partie on lance 6 fois le dé.
Si le résultat est 6 pour l'un des lancés alors le lièvre gagne et on associe 0.
Si les 6 résultats sont strictement inférieurs à 6 alors la tortue gagne et on associe 1.

Dans la cellule A1, on écrit: « =si(alea.entre.bornes(1;6)<6;1;0) », on appuie sur entrée.
alea.entre.bornes(1;6) est une simulation d'un lancé d'un dé cubique.
Si le résultat est 6 alors on obtient 0 dans la cellule A1.
Si le résultat est 1; 2; 3; 4 ou 5 alors on obtient 1 dans la cellule A1.

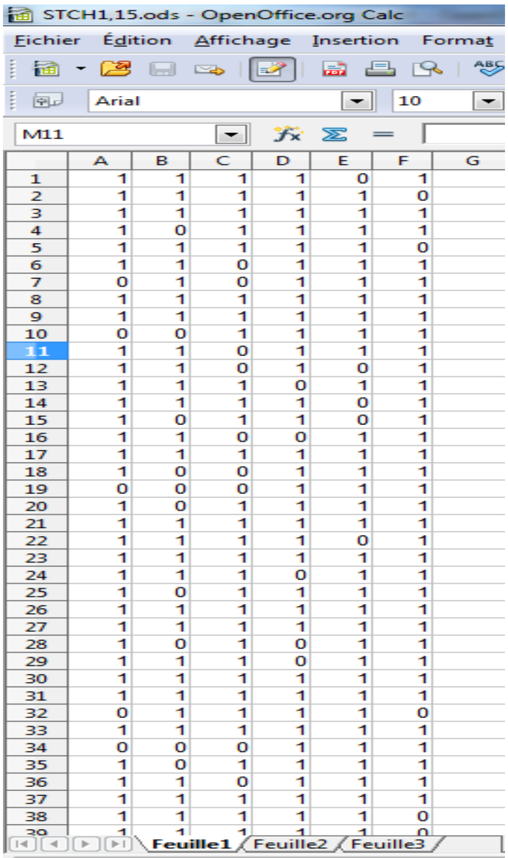
On étire cette formule de A1 à F1 pour obtenir les 6 lancés de dé.
La 1$^{\text{ière}}$ ligne donne donc la simulation d'une épreuve.

Pour obtenir 500 simulations, on étire de F1 à F500.

On revient à la 1$^{\text{ière}}$ épreuve, c'est à dire la première ligne.
Pour que la tortue gagne l'épreuve, il faut qu'elle gagne les 6 lancés, c'est à dire qu'on obtienne 6 fois 1 dans les cellules A1 à F1.
On calcule la somme des nombres des cellules A1 à F1.
Si cette somme est 6 alors la tortue gagne et on associe 1.
Si cette somme est strictement inférieure à 6 alors la tortue perd et on associe 0.
Pour cela, dans la cellule H1, on écrit: « =si(somme(A1:F1)<6;0;1), on appuie sur entrée et on étire cette formule de H1 à H500.

Pour déterminer le nombre de victoires dans la première centaine d'épreuves, il suffit de calculer dans la cellule J1: « =somme(F1:F100) », on appuie sur entrée
Pour déterminer le nombre de victoires dans la deuxième centaine d'épreuves, il suffit de calculer dans la cellule J2: « =somme(F101:F200) »on appuie sur entrée
Pour déterminer le nombre de victoires dans la troisième centaine d'épreuves, il suffit de calculer dans la cellule J3: « =somme(F201:F300) »on appuie sur entrée
Pour déterminer le nombre de victoires dans la quatrième centaine d'épreuves, il suffit de calculer dans la cellule J4: « =somme(F301:F400) »on appuie sur entrée
Pour déterminer le nombre de victoires dans la cinquième centaine d'épreuves, il suffit de calculer dans la cellule J5: « =somme(F401:F500) »on appuie sur entrée
Pour déterminer le nombre de victoires pour les 500 d'épreuves, il suffit de calculer dans la cellule J6: « =somme(F1:F500) »on appuie sur entrée

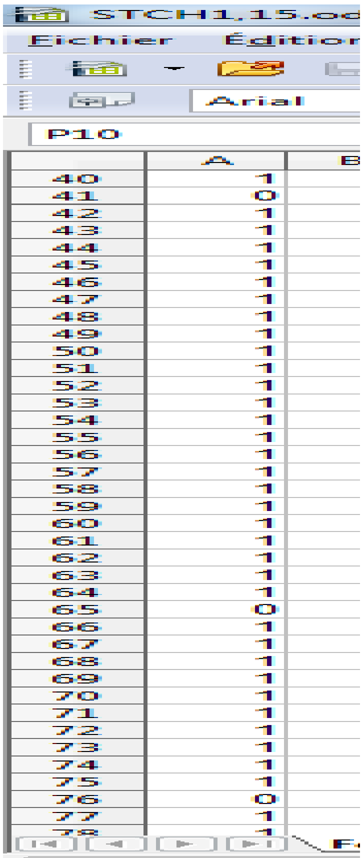
On obtient :
(On donne les 117 premiers résultats, sachant que les résultats importants sont les cellulesJ1 à J6.)



STCH1,15.ods - OpenOffice.org Calc
Fichier Édition Affichage Insertion Format
Arial 10
M11

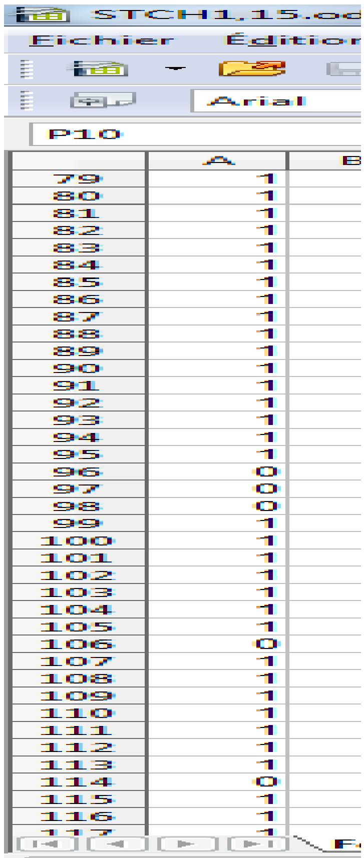
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	1	1	1	0	1	
2	1	1	1	1	1	0	
3	1	1	1	1	1	1	
4	1	0	1	1	1	1	
5	1	1	1	1	1	0	
6	1	1	0	1	1	1	
7	0	1	0	1	1	1	
8	1	1	1	1	1	1	
9	1	1	1	1	1	1	
10	0	0	1	1	1	1	
11	1	1	0	1	1	1	
12	1	1	0	1	0	1	
13	1	1	1	0	1	1	
14	1	1	1	1	0	1	
15	1	0	1	1	0	1	
16	1	1	0	0	1	1	
17	1	1	1	1	1	1	
18	1	0	0	1	1	1	
19	0	0	0	1	1	1	
20	1	0	1	1	1	1	
21	1	1	1	1	1	1	
22	1	1	1	1	0	1	
23	1	1	1	1	1	1	
24	1	1	1	0	1	1	
25	1	0	1	1	1	1	
26	1	1	1	1	1	1	
27	1	1	1	1	1	1	
28	1	0	1	0	1	1	
29	1	1	1	0	1	1	
30	1	1	1	1	1	1	
31	1	1	1	1	1	1	
32	0	1	1	1	1	0	
33	1	1	1	1	1	1	
34	0	0	0	1	1	1	
35	1	0	1	1	1	1	
36	1	1	0	1	1	1	
37	1	1	1	1	1	1	
38	1	1	1	1	1	0	

Feuille1 Feuille2 Feuille3



STCH1,15.od
Fichier Édition
Arial
P10

	A
40	1
41	0
42	1
43	1
44	1
45	1
46	1
47	1
48	1
49	1
50	1
51	1
52	1
53	1
54	1
55	1
56	1
57	1
58	1
59	1
60	1
61	1
62	1
63	1
64	1
65	0
66	1
67	1
68	1
69	1
70	1
71	1
72	1
73	1
74	1
75	1
76	0
77	1



STCH1,15.od
Fichier Édition
Arial
P10

	A
79	1
80	1
81	1
82	1
83	1
84	1
85	1
86	1
87	1
88	1
89	1
90	1
91	1
92	1
93	1
94	1
95	1
96	0
97	0
98	0
99	1
100	1
101	1
102	1
103	1
104	1
105	1
106	0
107	1
108	1
109	1
110	1
111	1
112	1
113	1
114	0
115	1
116	1

On obtient les fréquences pour chaque centaine:
0,9; 0,36; 0,36; 0,32; 0,30
et la fréquence pour les 500:
0,326
La proportion de victoire de la tortue est très inférieure à la proportion de victoire du lièvre.

$\frac{1}{\sqrt{500}} \approx 0,045$ p∈[0,326-0,045;0,326+0,045] avec une probabilité de 95%

p∈[0,281; 0,371] au seuil de 95%.

Un calcul direct p= $\left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0,335$

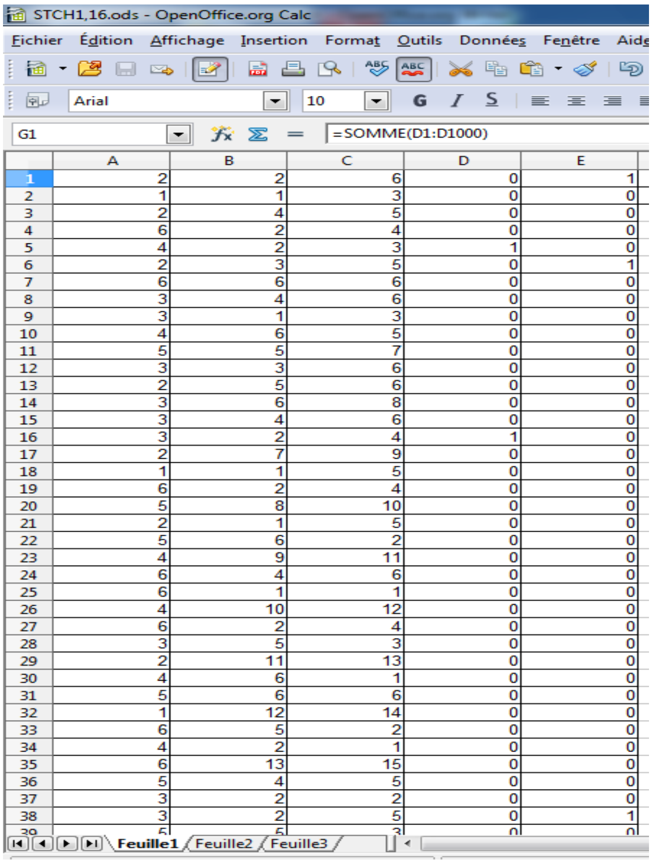
EXERCICE 2

On modélise l'expérience.
Dans la cellule A1, on écrit: « =alea.entre.bornes(1;6) » (simulation d'un lancer de dé), on appuie sur entrée et on étire la formule de A1 à C1 (lancer de 3 dés).

Puis on teste successivement si la somme des trois nombres est égale à 9 ou à 10.
En D1, on écrit: « =si(somme(A1:C1)=9; 1;0), on appuie sur entrée.
En E1, on écrit: « =si(somme(A1:C1)=10; 1;0), on appuie sur entrée.
On étire de C1 jusque C1000, on obtient un tableau de 1000×3 entiers compris entre 1 et 6.
On étire les formules des cellules D1 et E1 jusque D1000 et E1000.

En G1, on écrit: « =somme(D1:D1000), on appuie sur entrée.
On obtient le nombre de résultats 9 en 1000 simulations.
En G2, on écrit: « =somme(E1:E1000), on appuie sur entrée.
On obtient le nombre de résultats 10 en 1000 simulations.

On obtient:
(On donne les 39 premiers résultats, sachant que les résultats importants sont les cellules G1 et G2.)


STCH1,16.ods - OpenOffice.org Calc

Fichier Édition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre Aide

G1 =SOMME(D1:D1000)

	A	B	C	D	E
1	2	2	6	0	1
2	1	1	3	0	0
3	2	4	5	0	0
4	6	2	4	0	0
5	4	2	3	1	0
6	2	3	5	0	1
7	6	6	6	0	0
8	3	4	6	0	0
9	3	1	3	0	0
10	4	6	5	0	0
11	5	5	7	0	0
12	3	3	6	0	0
13	2	5	6	0	0
14	3	6	8	0	0
15	3	4	6	0	0
16	3	2	4	1	0
17	2	7	9	0	0
18	1	1	5	0	0
19	6	2	4	0	0
20	5	8	10	0	0
21	2	1	5	0	0
22	5	6	2	0	0
23	4	9	11	0	0
24	6	4	6	0	0
25	6	1	1	0	0
26	4	10	12	0	0
27	6	2	4	0	0
28	3	5	3	0	0
29	2	11	13	0	0
30	4	6	1	0	0
31	5	6	6	0	0
32	1	12	14	0	0
33	6	5	2	0	0
34	4	2	1	0	0
35	6	13	15	0	0
36	5	4	5	0	0
37	3	2	2	0	0
38	3	2	5	0	1
39	5	5	3	0	0

Feuille1 Feuille2 Feuille3

La fréquence pour obtenir 9 est:0,104
La fréquence pour obtenir 10 est: 0,123

$$\frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0{,}032$$

p est la proportion du résultat 9:
$p \in [0{,}104-0{,}032;0{,}104+0{,}032]$
$p \in [0{,}072;\ 0{,}136]$ avec une probabilité d'au moins 95%.

p' est la proportion du résultat 10:
$p' \in [0{,}123-0{,}032;0{,}123+0{,}032]$
$p' \in [0{,}091;\ 0{,}155]$ avec une probabilité d'au moins 95%.

Les deux intervalles ne sont pas disjoints, on ne peut pas émettre de conjecture au seuil de 95%.

<u>Remarque:</u>
Un calcul direct (non au programme de seconde) donne:

$$p=\frac{25}{216} \approx 0{,}116 \quad \text{et} \quad p'=\frac{27}{216}=0{,}125$$

EXERCICE 3

On veut modéliser la fabrication d'un objet présentant le défaut A avec une probabilité de $\frac{1}{100}$ et le défaut B avec une probabilité de $\frac{1}{40}$.

On choisit un nombre au hasard entre 1 et 100, et on fixe un nombre entre 1 et 100, par exemple 1(on peut choisir n'importe quel nombre). On a donc une probabilité de $\frac{1}{100}$ d'obtenir 1.

Dans la cellule A1, on écrit: « =alea.entre.bornes(1;100) », on appuie sur entrée. Et en B1: « =si(A1=1;1;0)

On a simulé le défaut A par 1 en B1.

Dans la cellule C1, on écrit: « =alea.entre.bornes(1;40) », on appuie sur entrée. Et en D1: « =si(C1=1;1;0)

On a simulé le défaut B par 1 en D1.

Dans la cellule E1, on écrit: « =si(somme(B1+D1)>0;1;0)

On a simulé le défaut A ou le défaut B par 1 en E1.

On étire les cellules jusque 1000.

On écrit en F1: « =somme(E1:E1000) », on appuie sur entrée. On obtient le nombre d'objets ayant au moins un défaut en 1000 simulations.

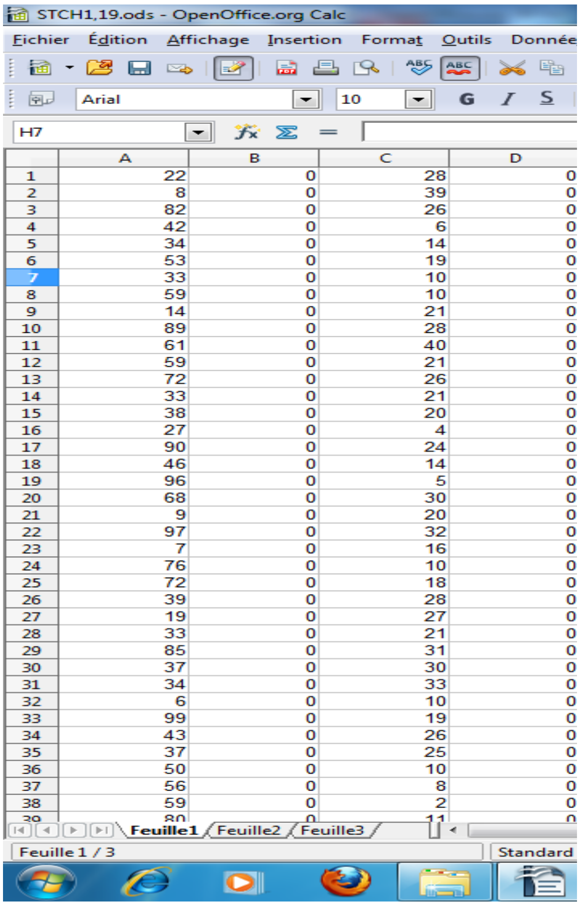
En F2, on tape: « =somme(E1;E100)

En F3, on tape: « somme(E101;E200)

etc...

En F11, on tape: « somme(E901;E1000)

On joint les premières lignes du tableur:



	A	B	C	D
1	22	0	28	0
2	8	0	39	0
3	82	0	26	0
4	42	0	6	0
5	34	0	14	0
6	53	0	19	0
7	33	0	10	0
8	59	0	10	0
9	14	0	21	0
10	89	0	28	0
11	61	0	40	0
12	59	0	21	0
13	72	0	26	0
14	33	0	21	0
15	38	0	20	0
16	27	0	4	0
17	90	0	24	0
18	46	0	14	0
19	96	0	5	0
20	68	0	30	0
21	9	0	20	0
22	97	0	32	0
23	7	0	16	0
24	76	0	10	0
25	72	0	18	0
26	39	0	28	0
27	19	0	27	0
28	33	0	21	0
29	85	0	31	0
30	37	0	30	0
31	34	0	33	0
32	6	0	10	0
33	99	0	19	0
34	43	0	26	0
35	37	0	25	0
36	50	0	10	0
37	56	0	8	0
38	59	0	2	0
39	80	0	11	0

La fréquence en 1000 simulations est 0,031.
Mais on constate dans la neuvième centaines, il y a 6 objets, c'est à dire plus que 4 admettant un défaut.
Donc le directeur a tort.

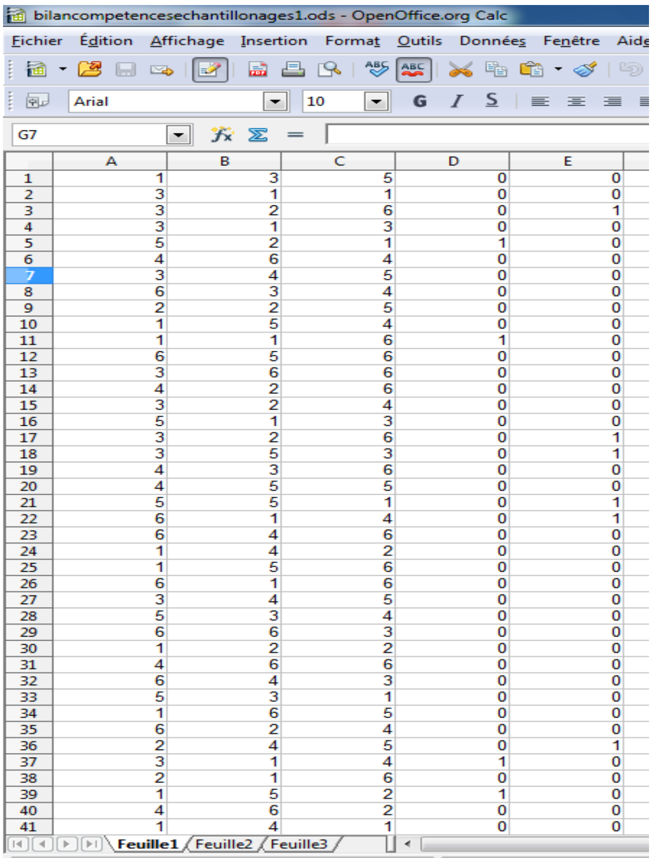
EXERCICE 4

On modélise l'expérience.
Dans la cellule A1, on écrit: « =alea.entre.bornes(1;6) » (simulation d'un lancer de dé), on appuie sur entrée et on étire la formule de A1 à C1 (lancer de 3 dés).

Puis on teste successivement si la somme des trois nombres est égale à 8 ou à 11.
En D1, on écrit: « =si(somme(A1:C1)=8; 1;0), on appuie sur entrée.
En E1, on écrit: « =si(somme(A1:C1)=11; 1;0), on appuie sur entrée.
On étire de C1 jusque C1000, on obtient un tableau de 1000×3 entiers compris entre 1 et 6.
On étire les formules des cellules D1 et E1 jusque D1000 et E1000.

En G1, on écrit: « =somme(D1:D1000), on appuie sur entrée.
On obtient le nombre de résultats 8 en 1000 simulations.
En G2, on écrit: « =somme(E1:E1000), on appuie sur entrée.
On obtient le nombre de résultats 11 en 1000 simulations.

On obtient:
(On donne les 41 premiers résultats, sachant que les résultats importants sont les cellules G1 et G2.)



bilancompetencesechantillonages1.ods - OpenOffice.org Calc

	A	B	C	D	E
1	1	3	5	0	0
2	3	1	1	0	0
3	3	2	6	0	1
4	3	1	3	0	0
5	5	2	1	1	0
6	4	6	4	0	0
7	3	4	5	0	0
8	6	3	4	0	0
9	2	2	5	0	0
10	1	5	4	0	0
11	1	1	6	1	0
12	6	5	6	0	0
13	3	6	6	0	0
14	4	2	6	0	0
15	3	2	4	0	0
16	5	1	3	0	0
17	3	2	6	0	1
18	3	5	3	0	1
19	4	3	6	0	0
20	4	5	5	0	0
21	5	5	1	0	1
22	6	1	4	0	1
23	6	4	6	0	0
24	1	4	2	0	0
25	1	5	6	0	0
26	6	1	6	0	0
27	3	4	5	0	0
28	5	3	4	0	0
29	6	6	3	0	0
30	1	2	2	0	0
31	4	6	6	0	0
32	6	4	3	0	0
33	5	3	1	0	0
34	1	6	5	0	0
35	6	2	4	0	0
36	2	4	5	0	1
37	3	1	4	1	0
38	2	1	6	0	0
39	1	5	2	1	0
40	4	6	2	0	0
41	1	4	1	0	0

La fréquence pour obtenir 8 est:0,083

La fréquence pour obtenir 11 est: 0,125

$\frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0,032$

p est la proportion du résultat 8:

$p \in [0,083-0,032;0,083+0,032]$

$p \in [0,051; 0,115]$ avec une probabilité d'au moins 95%.

p' est la proportion du résultat 11:

$p' \in [0,125-0,032;0,125+0,032]$

$p' \in [0,093; 0,157]$ avec une probabilité d'au moins 95%.

Au seuil de 95%, on ne peut pas conclure.

EXERCICE 5

On veut modéliser la fabrication d'un objet présentant le défaut A avec une probabilité de $\frac{3}{100}$ et le défaut B avec une probabilité de $\frac{1}{80}$.

On choisit 3 nombres au hasard entre 1 et 100, et on fixe ces 3 nombres, par exemple 1, 2 et 3(on peut choisir n'importe quel nombre). On a donc une probabilité de $\frac{3}{100}$ d'obtenir 1, 2 ou 3.

Dans la cellule A1, on écrit: « =alea.entre.bornes(1;100) », on appuie sur entrée. Et en B1: « =si(A1<4;1;0)
On a simulé le défaut A par 1 en B1.

Dans la cellule C1, on écrit: « =alea.entre.bornes(1;80) », on appuie sur entrée. Et en D1: « =si(C1=1;1;0)
On a simulé le défaut B par 1 en D1.

Dans la cellule E1, on écrit: « =si(somme(B1+D1)>0;1;0)
On a simulé le défaut A ou le défaut B par 1 en E1.

On étire les cellules jusque 1000.
On écrit en F1: « =somme(E1:E1000) », on appuie sur entrée. On obtient le nombre d'objets ayant au moins un défaut en 1000 simulations.

En F2, on tape: « =somme(E1;E100)
En F3, on tape: « somme(E101;E200)
etc...
En F11, on tape: « somme(E901;E1000)

On joint les premières lignes du tableur:

	A	B	C	D
1	32	0	32	0
2	80	0	49	0
3	23	0	47	0
4	38	0	71	0
5	89	0	54	0
6	15	0	63	0
7	49	0	79	0
8	9	0	35	0
9	1	1	23	0
10	80	0	45	0
11	5	0	54	0
12	17	0	55	0
13	48	0	35	0
14	26	0	76	0
15	20	0	28	0
16	87	0	77	0
17	71	0	26	0
18	23	0	24	0
19	42	0	53	0
20	52	0	50	0
21	96	0	33	0
22	63	0	8	0
23	44	0	5	0
24	86	0	13	0
25	55	0	25	0
26	48	0	74	0
27	73	0	1	1
28	40	0	9	0
29	79	0	77	0
30	76	0	51	0
31	7	0	38	0
32	22	0	29	0
33	78	0	8	0
34	70	0	34	0
35	75	0	2	0
36	92	0	18	0
37	66	0	75	0
38	57	0	46	0
39	37	0	51	0
40	100	0	75	0
41	55	0	77	0

La fréquence en 1000 simulations est 0,037.

-