

# Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

1. Vocabulaire

**p2**

3. Exercices

**p3**

2. Définitions

**p2**

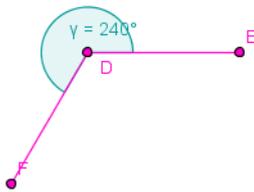
4. Valeurs remarquables

**p4**

L'unité de mesure des angles est le degré.

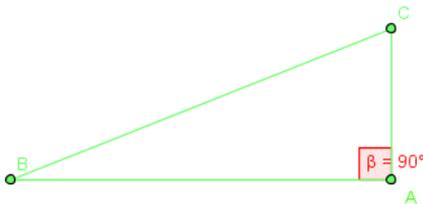
## 1. Vocabulaire

- ✓ Un angle droit a pour mesure  $90^\circ$
- ✓ Un angle plat a pour mesure  $180^\circ$
- ✓ Un angle nul a pour mesure  $0^\circ$
- ✓ Un angle aigu a une mesure comprise **entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$**
- ✓ Un angle obtus a une mesure comprise **entre  $90^\circ$  et  $180^\circ$**
- ✓ Un angle saillant a une mesure comprise **entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$**
- ✓ Un angle rentrant a une mesure comprise **entre  $180^\circ$  et  $360^\circ$**



Une mesure de l'angle  $\widehat{EDF}$  est  $240^\circ$

## 2. Définition du cosinus, du sinus et de la tangente d'un angle aigu d'un triangle rectangle



ABC est un triangle rectangle en A.

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

**Remarques :**

$$\cos(\widehat{ACB}) = \sin(\widehat{ABC})$$

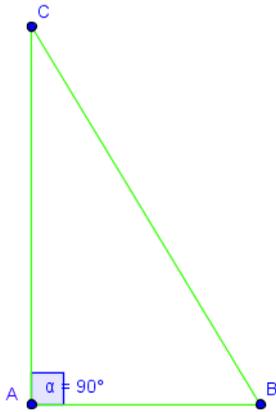
$$\sin(\widehat{ACB}) = \cos(\widehat{ABC})$$

$$\sin^2 \widehat{ABC} + \cos^2 \widehat{ABC} = 1$$

### 3. Exercices

Pour obtenir des valeurs approchées du cosinus, du sinus et de la tangente, on peut utiliser la calculatrice. (Attention dans ces exercices, l'unité de mesure des angles est le degré.)

#### Exercice 1

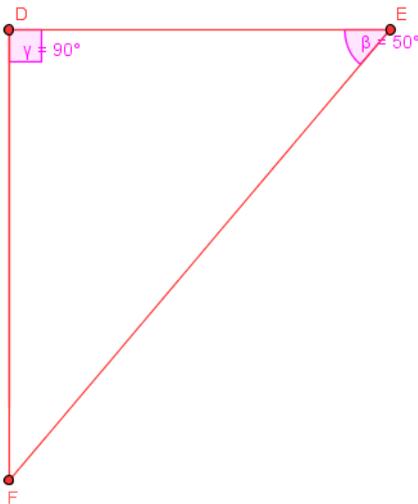


$AB = 3\text{cm}$        $AC = 5\text{cm}$   
 Déterminer une mesure en degré des angles :  $\widehat{ACB}$  et  $\widehat{ABC}$  à 0,1 près.

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{3}{5} \qquad \widehat{ACB} = 31^\circ$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{5}{3} \qquad \widehat{ABC} = 59^\circ$$

#### Exercice 2



EDF est un triangle rectangle en D.  
 $DE = 5\text{cm}$   
 Une mesure de l'angle  $\widehat{DEF}$  est  $50^\circ$

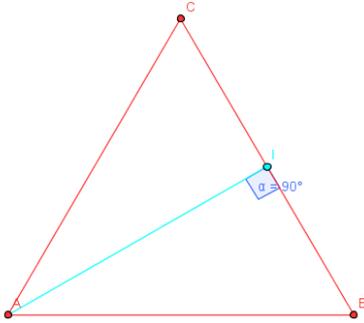
Calculer DF et EF

$$\tan 50^\circ = \frac{DF}{DE} \qquad DF = 5 \times \tan 50^\circ \approx 5,96 \text{ cm}$$

$$\cos 50^\circ = \frac{DE}{EF} \qquad EF = \frac{5}{\cos 50^\circ} \approx 7,78 \text{ cm}$$

4. Valeurs remarquables de cosinus, sinus et tangente

Cas 1



- ABC est un triangle équilatéral de coté de longueur 1.
- I est le milieu de [BC]
- (AI) est la médiatrice et aussi la hauteur et la bissectrice issue de A du triangle ABC.

$$AB = 1 \quad BI = IC = \frac{1}{2}$$

Le triangle AIB est rectangle en I.

Le théorème de Pythagore nous permet de calculer AI

$$AB^2 = AI^2 + BI^2$$

$$1^2 = AI^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \quad \text{Donc} \quad AI^2 = 1 - \frac{1}{4} \quad AI^2 = \frac{3}{4}$$

$$AI = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

La mesure de l'angle  $\widehat{ABI}$  est  $60^\circ$

$$\cos 60^\circ = \frac{BI}{AB} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AI}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{AI}{BI} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3}$$

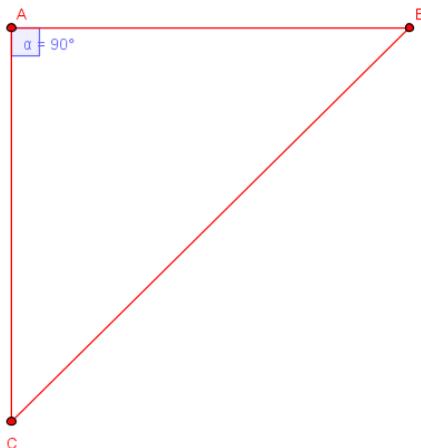
La mesure de l'angle  $\widehat{BAI}$  est  $30^\circ$

$$\cos 30^\circ = \frac{AI}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{BI}{AB} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{BI}{AI} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

## Cas 2



- ABC est un triangle rectangle isocèle en A.
- $AB = AC = 1$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

$$BC = \sqrt{2}$$

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$  ces angles ont pour mesure  $45^\circ$

$$\cos 45^\circ = \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 45^\circ = \sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{1} = 1$$

## Récapitulatif

Mesure des angles	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
cosinus	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
sinus	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	<b>1</b>	$\sqrt{3}$