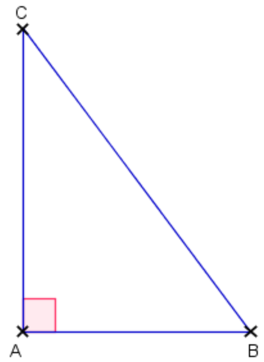
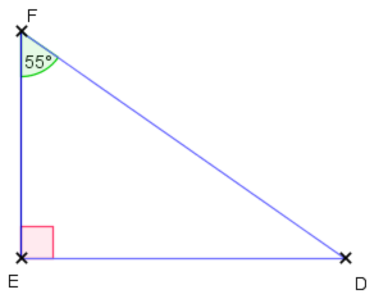
Fiche exercices

EXERCICE 1



ABC est un triangle rectangle en A. AC=4cm. AB=3cm.
Donner une valeur approchée de la mesure des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ à 0,1 près.

EXERCICE 2

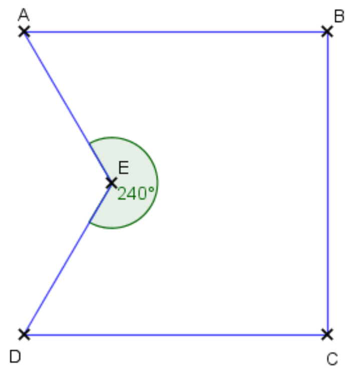


EDF est un triangle rectangle en E. $\widehat{EFD}$ a pour mesure 55° et EF=3cm.
Calculer les longueurs ED et FD à 0,1 près.

EXERCICE 3

ABCD est un parallélogramme. AB=5cm. AD=3cm. $\widehat{BAD}$ a pour mesure 70°.
a) Faire une figure.
b) Donner une valeur approchée de l'aire du parallélogramme à 10^{-2} près.

EXERCICE 4

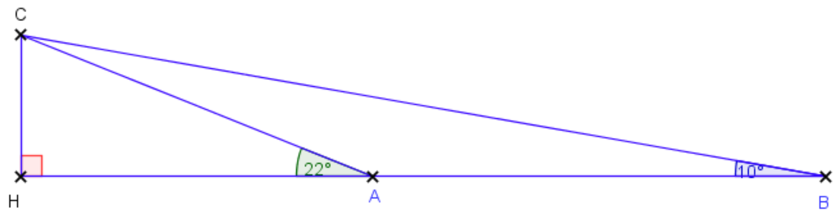


ABCD est un carré de côté 1. L'angle rentrant $\widehat{AED}$ a pour mesure 240°. Le triangle AED est isocèle.

Calculer la valeur exacte de l'aire du pentagone ABCDE.

EXERCICE 5

On veut déterminer la hauteur d'un clocher. Pour cela on effectue la mesure de l'angle sous lequel on le voit en deux endroits distants de 80m et alignés avec le pied du clocher. On obtient 22° puis 10°.



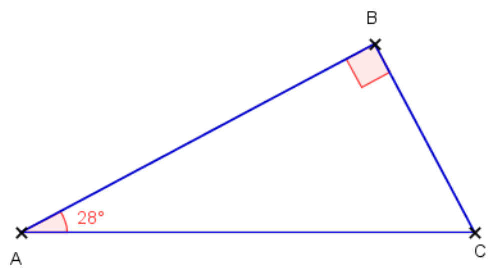
1. Déterminer les mesures des angles du triangle ABC.

2. On note h la longueur de CH (hauteur du clocher). Exprimer h en fonction de AH et BH. Calculer AH en mètres (on donnera une valeur approchée à 10^{-2}), puis calculer AC et BC.

3. Calculer h.

EXERCICE 6

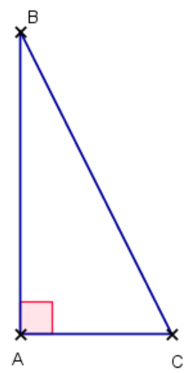
ABC est un triangle rectangle en B. L'unité de longueur est le centimètre. AC=6cm. $\widehat{BAC}=28°$.



Donner une valeur approchée en cm à 10^{-1} près de BC et AB.

EXERCICE 7

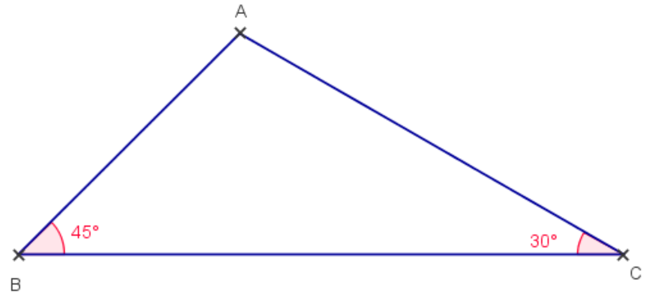
ABC est un triangle rectangle rectangle en A. L'unité de longueur est le centimètre. AB=4cm et AC=2cm.



Donner une valeur approchée en cm à 10^{-1} près en degrés de $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

EXERCICE 8

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle tel que BC=8cm, $\widehat{ABC}=45°$ et $\widehat{ACB}=30°$

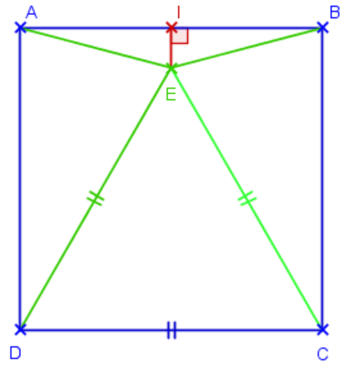


1. Construire la hauteur (AH) du triangle ABC issue de A. $H\in(BC)$
2. Préciser la nature du triangle ABH et exprimer AB en fonction de AH.
3. Exprimer AH et CH en fonction de AC.
4. Calculer la valeur exacte de AC en cm.
5. Déterminer la valeur exacte du périmètre de ABC en cm.
6. Déterminer la valeur exacte de l'aire du triangle ABC en cm².

EXERCICE 9

L'unité de longueur est le centimètre.

ABCD est un carré de côté 4cm. EDC est un triangle équilatéral.



1. Déterminer une mesure en degrés des angles du triangle ADE. En déduire une mesure en degrés des angles du triangle AEI.

2. a) Développer: $(\sqrt{3}-1)^2$

b) Donner la valeur exacte de EI.

c) Donner la valeur exacte de AE.

d) Donner les valeurs exactes de tan 15°; sin 15°; cos 15°

CORRECTION

EXERCICE 1

Dans le triangle rectangle ABC:

$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$

$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{4}{3}$

$\widehat{ABC} \approx 53{,}1°$

$\tan \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{AC}$

$\tan \widehat{ACB} = \dfrac{3}{4}$

$\widehat{ACB} \approx 36{,}°9$

EXERCICE 2

Dans le triangle DEF:

$\tan \widehat{EFD} = \dfrac{ED}{EF}$

$\tan 55° = \dfrac{ED}{3}$

$ED = 3 \times \tan 55°$

$ED \approx 4{,}28cm$

$\cos \widehat{EFD} = \dfrac{EF}{FD}$

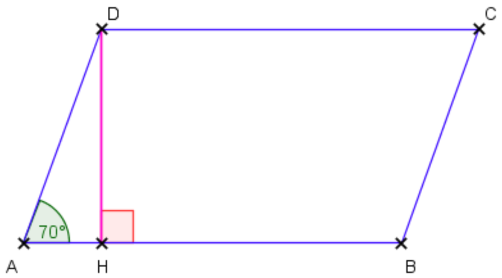
$\cos 55° = \dfrac{3}{FD}$

$FD = \dfrac{3}{\cos 55°}$

$FD \approx 5{,}23cm$

EXERCICE 3

a)



b) Le triangle ADH est rectangle en H.

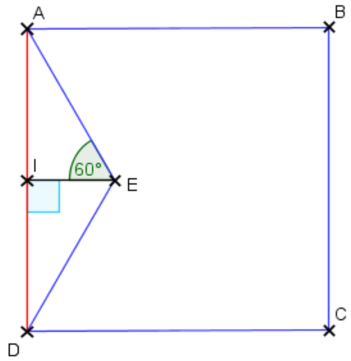
$\sin \widehat{DAH} = \dfrac{DH}{AD}$

$\sin 70° = \dfrac{DH}{3}$

$DH = 3 \times \sin 70°$

$Aire_{ABCD} = AB \times DH$
$Aire_{ABCD} = 5 \times 3 \times \sin 70°$
$Aire_{ABCD} = 15 \times \sin 70°$
$Aire_{ABCD} \approx 14{,}10cm^2$

EXERCICE 4



On considère le triangle AED isocèle en E.

$\widehat{AED}=360°-240°=120°$

I est le milieu de [AD].

(EI) est la médiane et aussi la hauteur et la bissectrice du triangle AED issue de E.

En particulier, $\widehat{AEI}=\widehat{DEI}=120°\div 2=60°$

Dans le triangle rectangle AEI:

$\tan \widehat{AEI}=\dfrac{AI}{EI}$

$\tan 60°=\dfrac{\frac{1}{2}}{EI}=\sqrt{3}$

$EI=\dfrac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}}$

$EI=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

$EI=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

$\text{Aire}_{AED}=\dfrac{AD\times EI}{2}=\dfrac{1\times\frac{\sqrt{3}}{6}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$

$\text{Aire}_{\text{pentagone ABCDE}}=\text{Aire}_{\text{carre ABCD}}-\text{Aire}_{\text{triangle ADE}}=1-\dfrac{\sqrt{3}}{12}=\dfrac{12-\sqrt{3}}{12}$

EXERCICE 5

1. $\widehat{BAC}=180°-22°=158°$

Dans le triangle ABC, la somme des angles est égale à 180°, donc:

$\widehat{ACB}=180°-(158°+10°)=12°$

2. Dans le triangle rectangle ACH:

$$\tan \widehat{CAH} = \frac{CH}{AH}$$

$$\tan 22° = \frac{CH}{AH}$$

CH=AH×tan 22°

h=AHtan 22°

Dans le triangle rectangle BCH:

$$\tan \widehat{CBH} = \frac{CH}{BH}$$

$$\tan 10° = \frac{CH}{BH}$$

CH=BH×tan 10°

h=BHtan 10°

Or, BH=AH+AB avec AB=80

BH=AH+80

AHtan 22°=BHtan 10°

AHtan 22°=(AH+80)tan 10°

AHtan 22°=AHtan 10°+80tan 10°

AHtan 22°-AHtan 10°=80tan 10°

AH(tan 22°-tan 10°)=80 tan 10°

$$AH = \frac{80\tan 10°}{\tan 22° - \tan 10°}$$

AH≈61,95m

BH=AH+80

BH≈141,95m

Dans le triangle rectangle HAC:

$$\cos \widehat{HAC} = \frac{AH}{AC}$$

$\cos 22° = \dfrac{AH}{AC}$

$AC = \dfrac{AH}{\cos 22°} \approx 66{,}82\,\text{m}$

Dans le triangle rectangle HBC:

$\cos \widehat{HBC} = \dfrac{BH}{BC}$

$\cos 10° = \dfrac{BH}{BC}$

$BC = \dfrac{BH}{\cos 10°} \approx 144{,}14\,\text{m}$

3.

h=AHtan 22°

h≈25,03m

EXERCICE 6

Dans le triangle rectangle ABC:

$\sin \widehat{BAC} = \dfrac{BC}{AC}$

$\sin 28° = \dfrac{BC}{6}$

$BC = 6 \times \sin 28°$

$BC \approx 2{,}8\,\text{cm}$

$\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AB}{AC}$

$\cos 28° = \dfrac{AB}{6}$

$AB = 6 \times \cos 28°$

$AB \approx 5{,}3\,\text{cm}$

EXERCICE 7

Dans le triangle rectangle ABC:

$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$

$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{2}{4}$

$\widehat{ABC} \approx 26{,}6°$

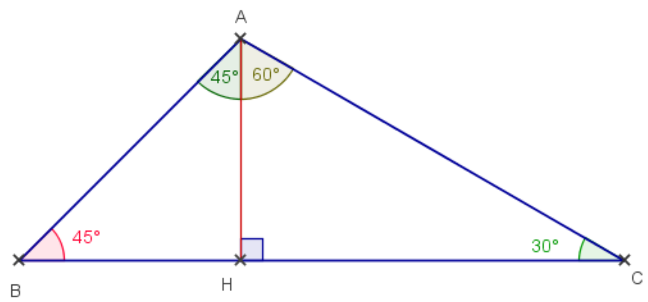
$\tan \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{AC}$

$\tan \widehat{ACB} = \dfrac{4}{2}$

$\widehat{ACB} \approx 63{,}4°$

EXERCICE 8

1.



2.
<u>1^ière méthode:</u>
Le triangle ABH est rectangle en H.
$\widehat{ABH}=45°$ donc $\widehat{BAH}=180°-(90°+45°)=45°$
Donc le triangle ABH est rectangle, isocèle en H.
Donc AH=BH et $AB^2=AH^2+BH^2$
soit $AB^2=2AH^2$ et $AB=\sqrt{2}\,AH$
<u>2^ième méthode:</u>
Dans le triangle rectangle ABH
$\sin\widehat{ABH}=\frac{AH}{AB}$
$\sin 45°=\frac{AH}{AB}$ avec $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$
Donc: $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{AH}{AB}$
Ainsi, $AB=\frac{2AH}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\,AH$

3.
Dans le triangle rectangle AHC:
$\sin\widehat{ACH}=\frac{AH}{AC}$
$\sin 30°=\frac{AH}{AC}$
or, $\sin 30°=\frac{1}{2}$

Donc, $\frac{1}{2}=\frac{AH}{AC}$
$AH=\frac{1}{2}AC$

$\cos\widehat{ACH}=\frac{CH}{AC}$
$\cos 30°=\frac{CH}{AC}$
or, $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$
Donc, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{CH}{AC}$
$CH=\frac{\sqrt{3}}{2}AC$

4. On a BC=8cm
BC=BH+HC
Or, BH=AH
donc BC=8=AH+HC
$8=\frac{1}{2}AC+\frac{\sqrt{3}}{2}AC=(\frac{1+\sqrt{3}}{2})AC$

$$AC=\frac{8}{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}=\frac{16}{1+\sqrt{3}}=\frac{16(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{16(\sqrt{3}-1)}{3-1}=8(\sqrt{3}-1)$$

Donc, $AC=8(\sqrt{3}-1)\text{cm}$

5.

$AH=\frac{1}{2}AC=4(\sqrt{3}-1)\text{cm}$

$AB=\sqrt{2}\,AH=4\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$

$\text{Périmètre}_{ABC}=AB+BC+CA$
$\text{Périmètre}_{ABC}=\ 8(\sqrt{3}-1)+4\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)+8$
$\text{Périmètre}_{ABC}=\ 8\sqrt{3}-8+4\sqrt{6}-4\sqrt{2}+8$
$\text{Périmètre}_{ABC}=\ 8\sqrt{3}+4\sqrt{6}-4\sqrt{2}\text{cm}$

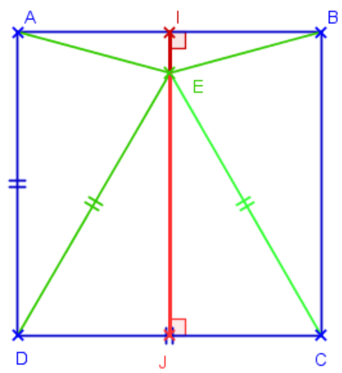
6.

$\text{Aire}_{ABC}=\ \frac{BC\times AH}{2}$

$\text{Aire}_{ABC}=\ \frac{8\times 4(\sqrt{3}-1)}{2}$

$\text{Aire}_{ABC}=\ 16(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$

EXERCICE 9



1. Le triangle EDC est équilatéral donc DE=DC=4

Dans le triangle ADE, DE=DA donc le triangle ADE est isocèle en D.

Les angles à la base sont de même mesure:

$\widehat{DAE}=\widehat{AED}$

Or, $\widehat{ADC}=90°$ (angle du carré) et $\widehat{EDC}=60°$ (angle du triangle équilatéral)

Donc: $\widehat{ADE}=90°-60°=30°$

Par suite, $\widehat{DAE}=\widehat{AED}=(180°-30°)\div 2=75°$

Le triangle AEI est rectangle en I:

$\widehat{AIE}=90°$

$\widehat{IAE}=90°-75°=15°$

$\widehat{AEI}=180°-(90°+15°)=75°$

Remarque:

On peut démontrer de même que $\widehat{IBE}=15°$ donc le triangle ABE est isocèle en E. La hauteur (EI) est aussi une médiane et donc I est le milieu de [AB].

2. a)

$(\sqrt{3}-1)^2$

$= 3-2\sqrt{3}+1$

$= 4-2\sqrt{3}$

b) On appelle J le point d'intersection de (EI) et (DC).

AIJD possède 3 angles droits donc AIJD est un rectangle.

Le triangle EDC est équilatéral. (EJ) qui est la hauteur issue de E est aussi la médiane donc J est le milieu de [DC].

Dans le triangle rectangle EJD:

$\sin\widehat{EDJ}=\dfrac{EJ}{ED}$

$\sin 60°=\dfrac{EJ}{4}$ avec $\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{EJ}{4}$

$EJ=2\sqrt{3}$

$EI=IJ-EJ$

$EI=4-2\sqrt{3}\,\text{cm}$

c) Donner la valeur exacte de AE.

Dans le triangle rectangle AEI, j'utilise le théorème de Pythagore:

$AE^2=IA^2+IE^2$

$AE^2= 2^2+(4-2\sqrt{3})^2$

$AE^2= 4+16-16\sqrt{3}+12$

$AE^2= 32-16\sqrt{3}$

$AE^2= 8(4-2\sqrt{3})$

$AE^2= 8(\sqrt{3}-1)^2$

Or, $\sqrt{3}-1>0$

AE= $2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$cm

d)Dans le triangle rectangle AEI:

$$\tan\widehat{EAI}=\frac{EI}{AI}$$

$$\tan 15°=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$$

$$\cos\widehat{EAI}=\frac{AI}{AE}$$

$$\cos 15°=\frac{2}{2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$$

$$\sin\widehat{EAI}=\frac{EI}{AE}$$

$$\sin 15°=\frac{4-2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$$