Fiche exercices

EXERCICE 1

Placer les points A, B, C et D sur un cercle trigonométrique:

1. A tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec A) est: $\frac{2\pi}{3}$
2. B tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec B) est: $-\frac{5\pi}{6}$
3. C tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec C) est: $\frac{\pi}{4}$
4. D tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec D) est: $-\frac{3\pi}{4}$

EXERCICE 2

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les points R et S de la droite numérique coïncident avec le même point M du cercle trigonométrique:

1. L'abscisse de R est: $-\frac{33\pi}{7}$ et l'abscisse de S est: $\frac{23\pi}{7}$
2. L'abscisse de R est: $\frac{70\pi}{11}$ et l'abscisse de S est: $-\frac{40\pi}{11}$
3. L'abscisse de R est: $-\frac{83\pi}{13}$ et l'abscisse de S est: $\frac{47\pi}{13}$

EXERCICE 3

1. $x \in]\frac{\pi}{2};\pi[$. Déterminer le signe de cos x et sin x. Calculer cos x sachant que sin x= $\frac{1}{3}$
2. $x \in]-\pi;-\frac{\pi}{2}[$. Déterminer le signe de cos x et sin x. Calculer sin x sachant que cos x= $\frac{-1}{4}$
3. Sachant que $\cos\frac{\pi}{5}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$, calculer $\sin\frac{\pi}{5}$

EXERCICE 4

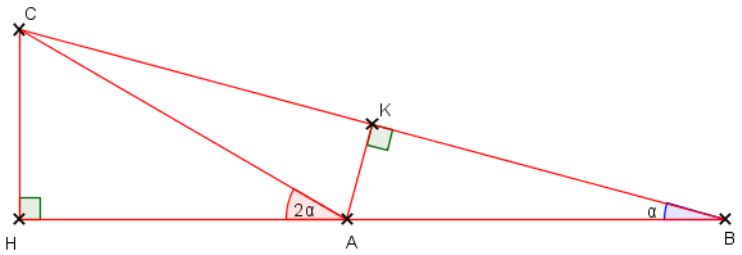
1. Résoudre l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[-\pi;\pi]$
2. Résoudre l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0;2\pi]$
3. Résoudre l'équation $\cos x=\frac{1}{2}$ dans $[-\pi;3\pi]$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

EXERCICE 5

α est un nombre réel tel que $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$ donc $0<2\alpha<\frac{\pi}{2}$

On considère la configuration suivante:



$\widehat{HBC}=\alpha$ et $\widehat{HAC}=2\alpha$

1. Démontrer que le triangle ABC est isocèle.

2. Démontrer que l'on a:

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

EXERCICE 6

Placer les points A; B; C et D sur un cercle trigonométrique:

1. A tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec A) est: $\frac{4\pi}{3}$
2. B tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec B) est: $\frac{-7\pi}{6}$
3. C tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec C) est: $\frac{3\pi}{4}$
4. D tel que l'abscisse de L de la droite numérique (qui coïncide avec D) est: $-\frac{\pi}{4}$

EXERCICE 7

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les points R et S de la droite numérique coïncident avec le même point M du cercle trigonométrique:

1. L'abscisse de R est: $-\frac{55\pi}{13}$ et l'abscisse de S est: $\frac{75\pi}{13}$
2. L'abscisse de R est: $-\frac{67\pi}{17}$ et l'abscisse de S est: $\frac{137\pi}{17}$
3. L'abscisse de R est: $\frac{-66\pi}{19}$ et l'abscisse de S est: $\frac{124\pi}{19}$

EXERCICE 8

1. $x\in\left]-\frac{\pi}{2};0\right[$. Déterminer le signe de cos x et sin x. Calculer cos x sachant que sin x= $-\frac{1}{5}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

2. $x \in]\frac{\pi}{2};-\pi[$. Déterminer le signe de cos x et sin x. Calculer sin x sachant que cos x= $-\frac{1}{3}$

3. Sachant que $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$, calculer $\cos\frac{\pi}{12}$

EXERCICE 9

1. Résoudre l'équation $\sin x=\frac{1}{2}$ dans $[0;2\pi]$

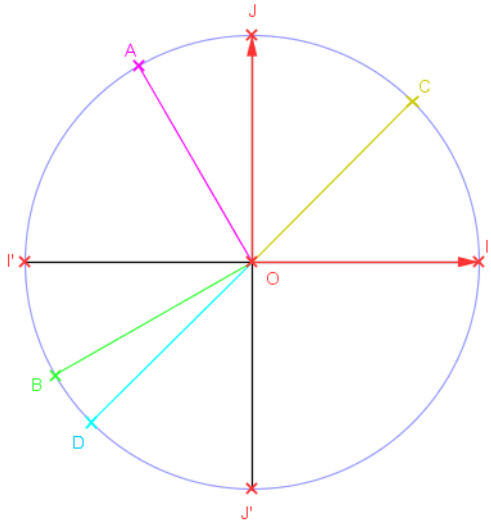
2. Résoudre l'équation $\sin x=-\frac{1}{2}$ dans $[-\pi;\pi]$

3. Résoudre l'équation $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[-\pi;\pi]$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

EXERCICE 1



1.
L'arc de cercle IA a pour longueur $\frac{2\pi}{3}$ donc l'angle $\widehat{IOA}$ a pour mesure en radians $\frac{2\pi}{3}$ soit $\frac{2\times 180°}{3}=120°$

2.
L'arc de cercle IB a pour longueur $\frac{5\pi}{6}$ (enroulé dans le sens négatif) donc l'angle $\widehat{IOB}$ a pour mesure en radians $-\frac{5\pi}{6}$ soit $\frac{-5\times 180°}{6}=-150°$

3.
L'arc de cercle IC a pour longueur $\frac{\pi}{4}$ donc l'angle $\widehat{IOC}$ a pour mesure $\frac{\pi}{4}$ en radians soit $\frac{180°}{4}=45°$

4.
L'arc de cercle ID a pour longueur $\frac{3\pi}{4}$ (enroulé dans le sens négatif) donc l'angle $\widehat{IOD}$ a pour mesure en radians $-\frac{3\pi}{4}$ soit $\frac{-3\times 180°}{4}=-135°$

EXERCICE 2

1.
$$x_R-x_S=\frac{-33\pi}{7}-\frac{23\pi}{7}=\frac{-56\pi}{7}=-8\pi=-4\times 2\pi$$

Donc $x_R-x_S=2k\pi$ avec $k=-4$
Par suite, R et S coïncident avec le même point sur le cercle trigonométrique.

2.
$$x_R-x_S=\frac{70\pi}{11}+\frac{40\pi}{11}=\frac{110\pi}{11}=10\pi=5\times 2\pi$$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

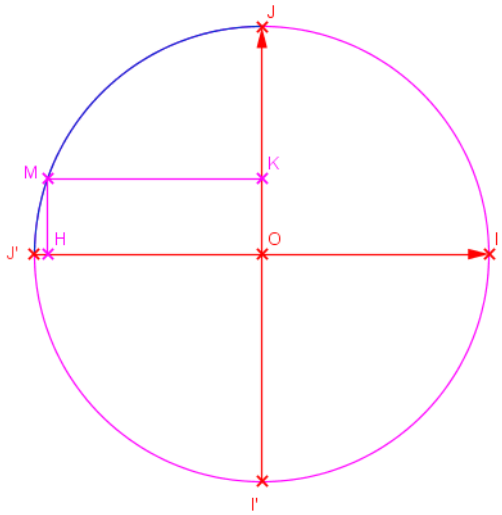
Donc $x_R - x_S = 2k\pi$ avec $k=5$
Par suite, R et S coïncident avec le même point sur le cercle trigonométrique.

3.
$$x_R - x_S = \frac{-83\pi}{13} - \frac{47\pi}{13} = \frac{-130\pi}{13} = -10\pi = -5\times 2\pi$$

Donc $x_R - x_S = 2k\pi$ avec $k=-5$
Par suite, R et S coïncident avec le même point sur le cercle trigonométrique.

EXERCICE 3

1.



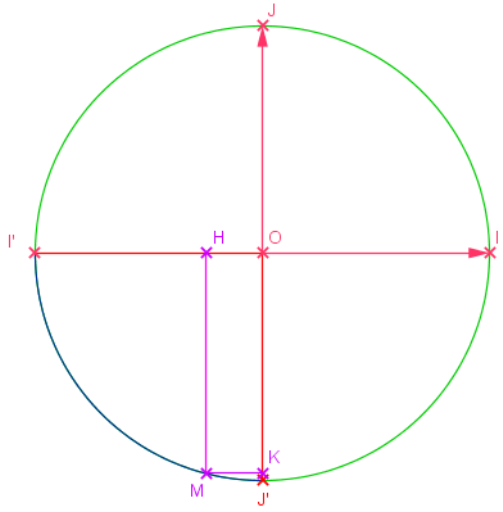
Si $x \in]\frac{\pi}{2};\pi[$ alors le point M est sur l'arc de cercle JJ' et le point $K \in]OJ[$ et $H \in]J'O[$ donc sin x>0 et cos x<0

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$
$$\cos^2 x + (\frac{1}{3})^2 = 1$$
$$\cos^2 x + \frac{1}{9} = 1$$
$$\cos^2 x = 1 - \frac{1}{9}$$
$$\cos^2 x = \frac{8}{9}$$

donc $\cos x = \sqrt{\frac{8}{9}}$ ou $\cos x = -\sqrt{\frac{8}{9}}$
Or cos x<0
Donc: $\cos x = -\sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

2.



Si $x \in]-\pi ; -\frac{\pi}{2}[$ alors le point M est sur l'arc de cercle I'J' et le point $K \in]OJ'[$ et $H \in]I'O[$ donc sin x<0 et cos x<0

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$
$$(\frac{-1}{4})^2 + \sin^2 x = 1$$
$$\frac{1}{16} + \sin^2 x = 1$$
$$\sin^2 x = 1 - \frac{1}{16}$$
$$\sin^2 x = \frac{15}{16}$$

donc $\sin x = \sqrt{\frac{15}{16}}$ ou $\sin x = -\sqrt{\frac{15}{16}}$

Or sin x<0

Donc: $\sin x = -\sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{-\sqrt{15}}{4}$

3. Sachant que $\cos\frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$, calculer $\sin\frac{\pi}{5}$

$0 < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$ donc $\cos\frac{\pi}{5} > 0$ et $\sin\frac{\pi}{5} > 0$

$$\cos^2\frac{\pi}{5} + \sin^2\frac{\pi}{5} = 1$$
$$(\frac{1+\sqrt{5}}{4})^2 + \sin^2\frac{\pi}{5} = 1$$
$$\sin^2\frac{\pi}{5} = 1 - (\frac{1+\sqrt{5}}{4})^2$$
$$\sin^2\frac{\pi}{5} = 1 - \frac{1+2\sqrt{5}+5}{16} = \frac{10-2\sqrt{5}}{16}$$

donc, $\sin\frac{\pi}{5} = \sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{16}}$ ou $\sin\frac{\pi}{5} = -\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{16}}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

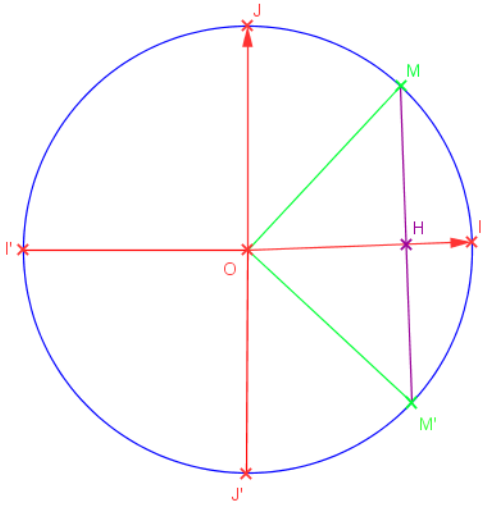
Or, $\sin\frac{\pi}{5}>0$ donc $\sin\frac{\pi}{5}=\sqrt{\frac{10-2\sqrt{5}}{16}}$

EXERCICE 4

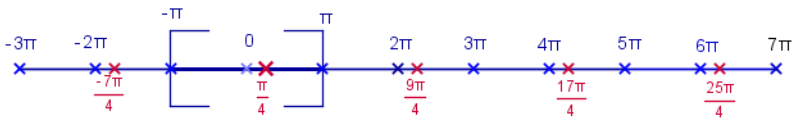
1. $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[-\pi;\pi]$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ est une valeur remarquable pour la fonction cosinus: $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\pi}{4}\in[-\pi;\pi]$ donc $\frac{\pi}{4}$ est une solution de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$



Tout réel de la forme: $\frac{\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$



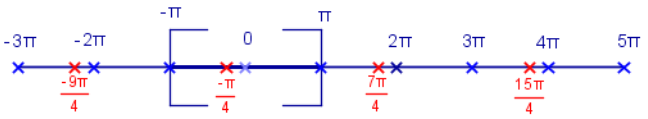
Donc, $\frac{\pi}{4}$ est la seule solution de la forme $\frac{\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

On appelle M' le symétrique de M par rapport à (II'). On obtient x'=-x et x'= $-\frac{\pi}{4}\in[-\pi;\pi]$

$-\frac{\pi}{4}$ est une solution de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

Tout réel de la forme: $-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés



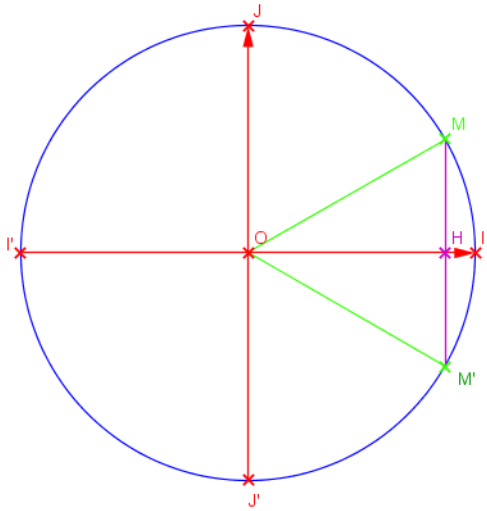
Donc, $-\frac{\pi}{4}$ est la seule solution de la forme $-\frac{\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

Conclusion: $S=\{-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\}$

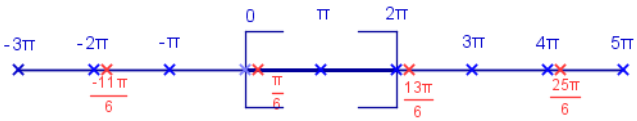
2. $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0;2\pi]$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ est une valeur remarquable pour la fonction cosinus: $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{6}\in[0;2\pi]$ donc $\frac{\pi}{6}$ est une solution de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ appartenant à $[0;2\pi]$



Tout réel de la forme: $\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

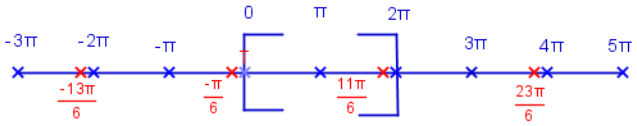


Donc, $\frac{\pi}{6}$ est la seule solution de la forme $\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ appartenant à $[0;2\pi]$

On appelle M' le symétrique de M par rapport à (II'). On obtient x'=-x et x'= $-\frac{\pi}{6}\notin[0;2\pi]$

Tout réel de la forme: $-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés



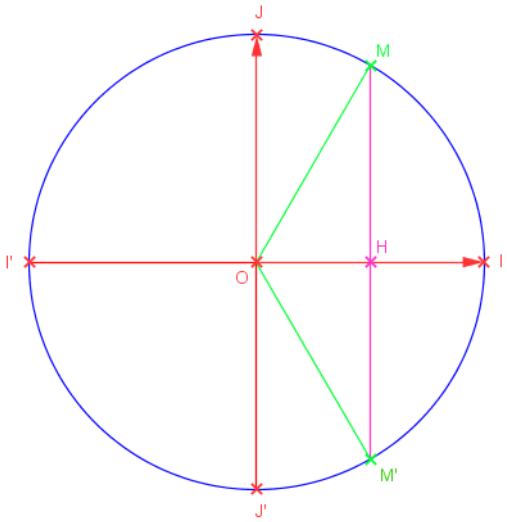
donc $\frac{11\pi}{6}$ est la seule solution de la forme $-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ appartenant à $[0;2\pi]$

Conclusion: $S=\{\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\}$

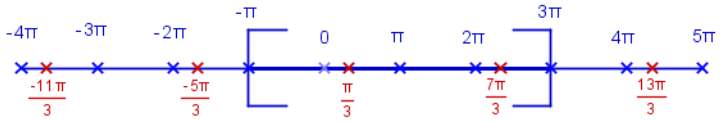
3. $\cos x=\frac{1}{2}$ dans $[-\pi;3\pi]$

$\frac{1}{2}$ est une valeur remarquable pour la fonction cosinus: $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{3}\in[-\pi;3\pi]$ donc $\frac{\pi}{3}$ est une solution de l'équation $\cos x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[-\pi;3\pi]$



Tout réel de la forme: $\frac{\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\cos x=\frac{1}{2}$



Donc, $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{7\pi}{3}$ sont les deux solutions de la forme $\frac{\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\cos x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[-\pi;3\pi]$

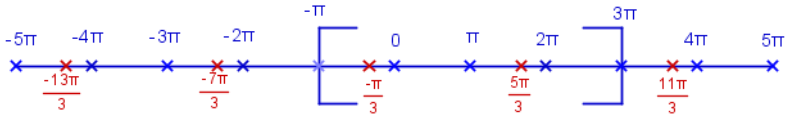
On appelle M' le symétrique de M par rapport à (II'). On obtient x'=-x et x'= $-\frac{\pi}{3}\in[-\pi;3\pi]$

Donc,

$-\frac{\pi}{3}$ est une solution de l'équation $\cos x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[-\pi;3\pi]$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Tout réel de la forme: $-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\cos x=\frac{1}{2}$



Donc, $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{3}$ sont les deux solutions de la forme $-\frac{\pi}{3}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\cos x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[-\pi;3\pi]$

Conclusion: $S=\{-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{3};\frac{7\pi}{3}\}$

EXERCICE 5

1.

$\widehat{HAB}$ est un angle plat, donc:

$\widehat{BAC}=180°-2\alpha$

Dans le triangle ABC, la somme des angles est égale à 180°, donc:

$\widehat{BCA}=180°-(\alpha+180°-2\alpha)$

$\widehat{BCA}=180°-\alpha-180°+2\alpha$

$\widehat{BCA}=\alpha$

$\widehat{BCA}=\widehat{ABC}=\alpha$

Par suite, le triangle ABC est un triangle isocèle en A.

2.

Dans le triangle isocèle ABC, (AK) est la hauteur, médiane, bissectrice issue de A.

Dans le triangle rectangle HAC:

$\sin\widehat{HAC}=\frac{HC}{AC}$

$\sin 2\alpha=\frac{HC}{AC}$ **(1)**

Dans le triangle rectangle HBC:

$\sin\widehat{HBC}=\frac{HC}{BC}$ or, BC=2BK

$\sin\alpha=\frac{HC}{2BK}$

Dans le triangle rectangle AKB:

$\cos\widehat{ABK}=\frac{BK}{AB}$

$\cos\alpha=\frac{BK}{AB}$

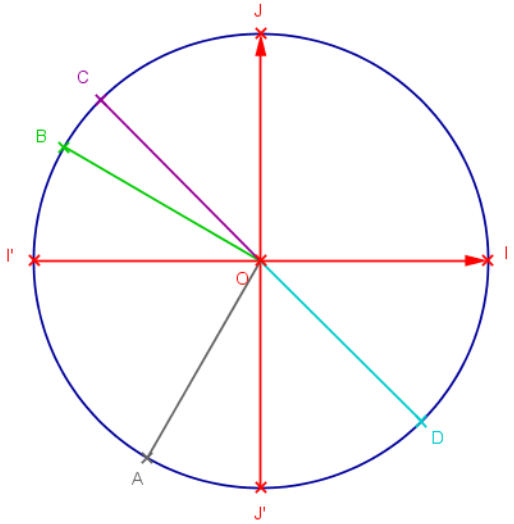
Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

$\sin\alpha\times\cos\alpha=\frac{HC}{2BK}\times\frac{BK}{AB}=\frac{HC}{2AB}$

$2\sin\alpha\times\cos\alpha=\frac{2HC}{2AB}=\frac{HC}{AB}$ **(2)**

D'après **(1) et (2)**, et comme AB=AC
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

EXERCICE 6



1.
L'arc de cercle IA a pour longueur $\frac{4\pi}{3}$ donc l'angle $\widehat{IOA}$ a pour mesure en radians $\frac{4\pi}{3}$ soit $\frac{4\times180°}{3}=240°$

2.
L'arc de cercle IB a pour longueur $\frac{7\pi}{6}$ (enroulé dans le sens négatif) donc l'angle $\widehat{IOB}$ a pour mesure en radians $-\frac{7\pi}{6}$ soit $\frac{-7\times180°}{6}=-210°$

3.
L'arc de cercle IC a pour longueur $\frac{3\pi}{4}$ donc l'angle $\widehat{IOC}$ a pour mesure $\frac{3\pi}{4}$ en radians soit $\frac{3\times180°}{4}=135°$

4.
L'arc de cercle ID a pour longueur $\frac{\pi}{4}$ (enroulé dans le sens négatif) donc l'angle $\widehat{IOD}$ a pour mesure en radians $-\frac{\pi}{4}$ soit $\frac{-180°}{4}=-45°$

EXERCICE 7

1.
$x_S-x_R=\frac{75\pi}{13}+\frac{55\pi}{13}=\frac{130\pi}{13}=10\pi=5\times2\pi$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Donc $x_S - x_R = 2k\pi$ avec $k=5$
Par suite, R et S coïncident avec le même point sur le cercle trigonométrique.
2.

$$x_S - x_R = \frac{137\pi}{17} + \frac{67\pi}{17} = \frac{204\pi}{17} = 32\pi = 16\times 2\pi$$

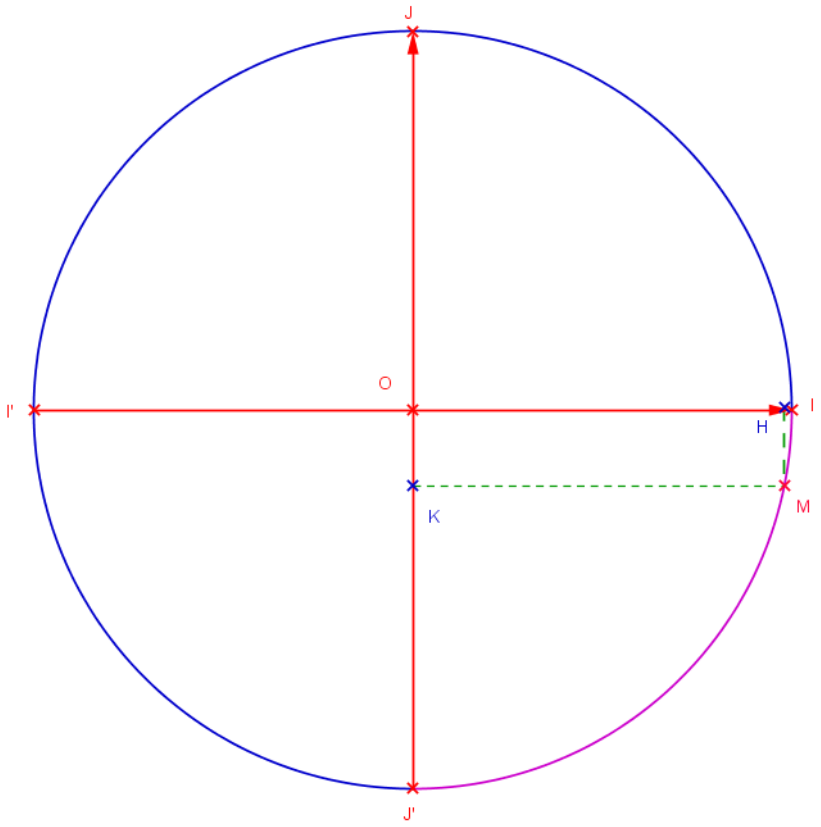
Donc $x_S - x_R = 2k\pi$ avec $k=16$
Par suite, R et S coïncident avec le même point sur le cercle trigonométrique.
3.

$$x_S - x_R = \frac{124\pi}{19} + \frac{66\pi}{19} = \frac{190\pi}{19} = 10\pi = 5\times 2\pi$$

Donc $x_S - x_R = 2k\pi$ avec $k=5$
Par suite, R et S coïncident avec le même point sur le cercle trigonométrique.

EXERCICE 8

1.



Si $x \in]-\frac{\pi}{2};0[$ alors le point M est sur l'arc de cercle J'I et le point $K \in]J'O[$ et $H \in]OI[$ donc sin x<0 et cos x>0

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$
$$\cos^2 x + \left(\frac{-1}{5}\right)^2 = 1$$
$$\cos^2 x + \frac{1}{25} = 1$$
$$\cos^2 x = 1 - \frac{1}{25}$$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

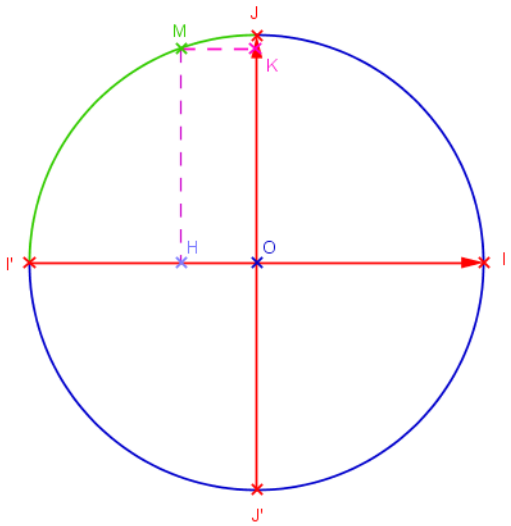
$\cos^2 x = \frac{24}{25}$

donc $\cos x = \sqrt{\frac{24}{25}}$ ou $\cos x = -\sqrt{\frac{24}{25}}$

Or cos x>0

Donc: $\cos x = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

2.



Si $x \in]\frac{\pi}{2};\pi[$ alors le point M est sur l'arc de cercle JI' et le point K∈]OJ[et H∈]I'O[donc sin x>0 et cos x<0

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$(\frac{-1}{3})^2 + \sin^2 x = 1$

$\frac{1}{9} + \sin^2 x = 1$

$\sin^2 x = 1 - \frac{1}{9}$

$\sin^2 x = \frac{8}{9}$

donc $\sin x = \sqrt{\frac{8}{9}}$ ou $\sin x = -\sqrt{\frac{8}{9}}$

Or sin x>0

Donc: $\sin x = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

3.

$\frac{\pi}{12} \in]0;\frac{\pi}{2}[$ donc $\cos\frac{\pi}{12} > 0$

$\cos^2\frac{\pi}{12} + \sin^2\frac{\pi}{12} = 1$

$\cos^2\frac{\pi}{12} + (\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4})^2 = 1$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

$$\cos^2\frac{\pi}{12}+\left(\frac{2(3-2\sqrt{3}+1)}{16}\right)=1$$
$$\cos^2\frac{\pi}{5}=1-\frac{8-4\sqrt{3}}{16}$$
$$\cos^2\frac{\pi}{12}=\frac{8+4\sqrt{3}}{16}$$
$$\cos^2\frac{\pi}{12}=\frac{2(4+2\sqrt{3})}{16}$$
$$\cos^2\frac{\pi}{12}=\frac{2(\sqrt{3}+1)^2}{16}$$

donc, $\cos\frac{\pi}{12}=\sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+1)^2}{16}}$ ou $\cos\frac{\pi}{12}=-\sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+1)^2}{16}}$

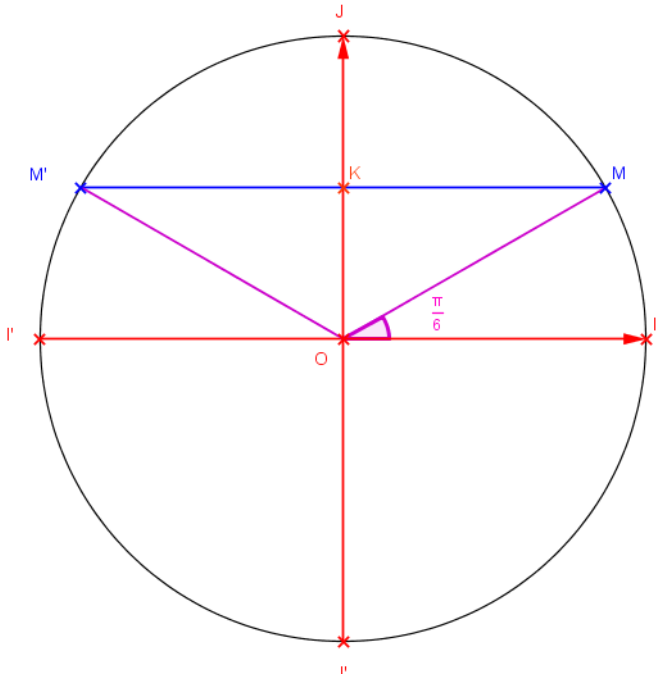
Or, $\cos\frac{\pi}{12}>0$ donc $\cos\frac{\pi}{12}=\sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+1)^2}{16}}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$

EXERCICE 9

1. $\sin x=\frac{1}{2}$ dans $[0;2\pi]$

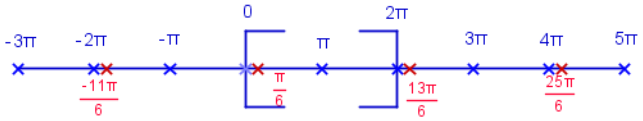
$\frac{1}{2}$ est une valeur remarquable pour la fonction sinus: $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{6}\in[0;2\pi]$ donc $\frac{\pi}{6}$ est une solution de l'équation $\sin x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[0;2\pi]$



Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Tout réel de la forme: $\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\sin x=\frac{1}{2}$



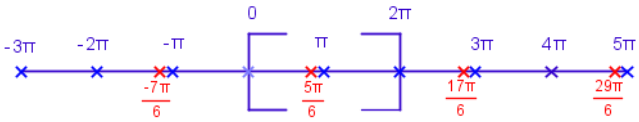
Donc, $\frac{\pi}{6}$ est la seule solution de la forme $\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\sin x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[0;2\pi]$

On appelle M' le symétrique de M par rapport à (JJ'). Une mesure en radians de l'angle $\widehat{IOM'}$ est: $\frac{5\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{6}\in[0;2\pi]$

Donc, $\frac{5\pi}{6}$ est une solution de l'équation $\sin x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[0;2\pi]$

Tout réel de la forme: $\frac{5\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\sin x=\frac{1}{2}$



Donc, $\frac{5\pi}{6}$ est la seule solution de la forme $\frac{5\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\sin x=\frac{1}{2}$ appartenant à $[0;2\pi]$

Conclusion: $S=\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\}$

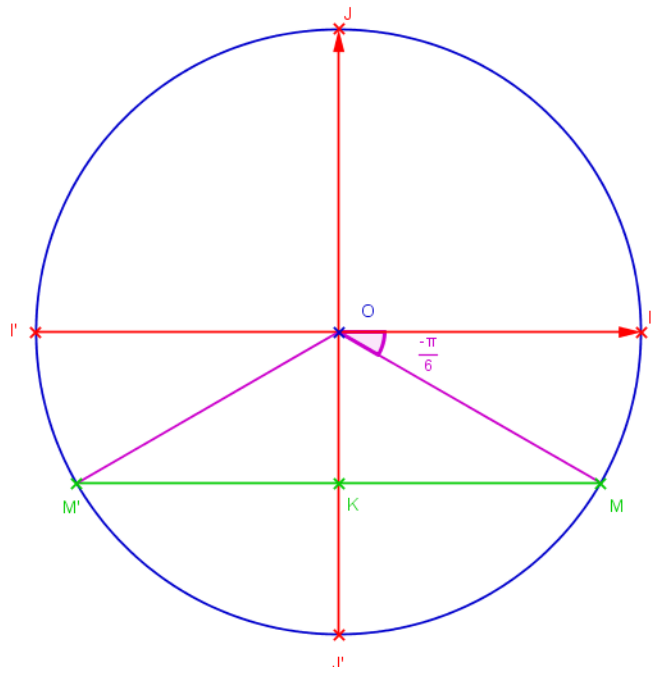
2. $\sin x=-\frac{1}{2}$ dans $[-\pi;\pi]$

La fonction sinus est impaire, pour tout nombre réel x, on a sin(-x)=-sin x

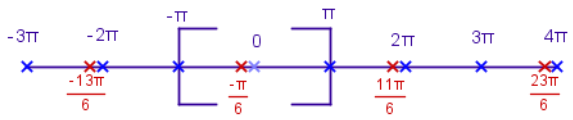
Or, $\frac{1}{2}$ est une valeur remarquable pour la fonction sinus: $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, donc $\sin(\frac{-\pi}{6})=\frac{-1}{2}$

$-\frac{\pi}{6}\in[-\pi;\pi]$ donc $-\frac{\pi}{6}$ est une solution de l'équation $\sin x=-\frac{1}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés



Tout réel de la forme: $-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\sin x=-\frac{1}{2}$

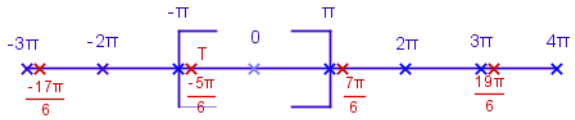


Donc, $-\frac{\pi}{6}$ est la seule solution de la forme $-\frac{\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\sin x=-\frac{1}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

On appelle M' le symétrique de M par rapport à (JJ'). Une mesure en radians de l'angle $\widehat{IOM'}$ (angle rentrant) est: $\frac{7\pi}{6}$

$\frac{7\pi}{6} \notin [-\pi;\pi]$

Tout réel de la forme: $\frac{7\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\sin x=-\frac{1}{2}$



Donc, $-\frac{5\pi}{6}$ est la seule solution de la forme $\frac{7\pi}{6}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\sin x=-\frac{1}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

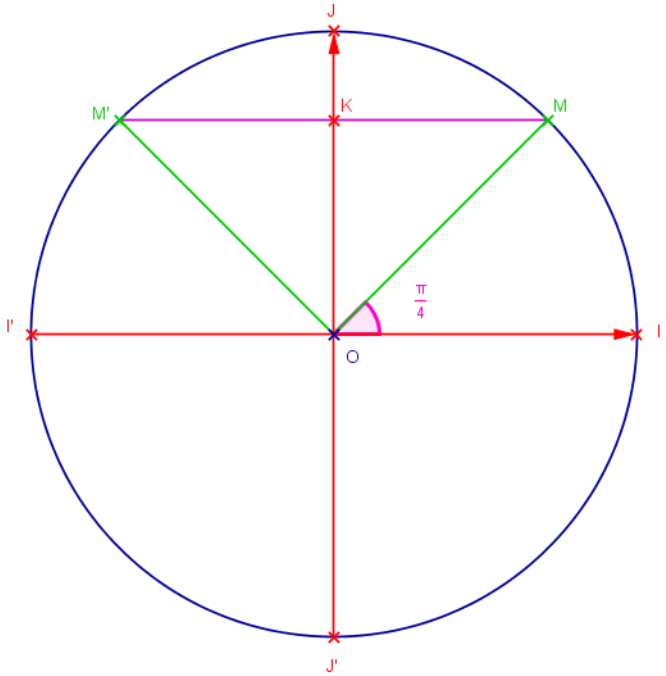
Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Conclusion: $S=\{-\frac{\pi}{6};-\frac{5\pi}{6}\}$

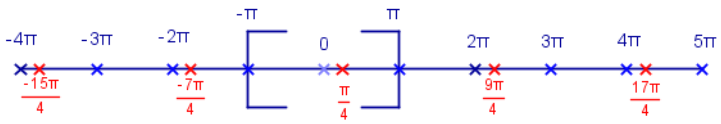
3. $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ dans $[-\pi;\pi]$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ est une valeur remarquable pour la fonction sinus: $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\pi}{4}\in[-\pi;\pi]$ donc $\frac{\pi}{4}$ est une solution de l'équation $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$



Tout réel de la forme: $\frac{\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$



Donc, $\frac{\pi}{4}$ est la seule solution de la forme $\frac{\pi}{4}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$ de l'équation $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

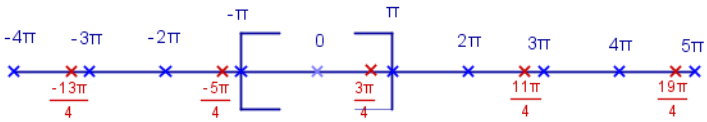
On appelle M' le symétrique de M par rapport à (JJ'). Une mesure en radians de l'angle $\widehat{IOM'}$ est: $\frac{3\pi}{4}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

$\frac{3\pi}{4} \in [-\pi;\pi]$

Donc, $\frac{3\pi}{4}$ est une solution de l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

Tout réel de la forme: $\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ est aussi solution de l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Donc, $\frac{3\pi}{4}$ est la seule solution de la forme $\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$ de l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ appartenant à $[-\pi;\pi]$

Conclusion: $S = \{\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés