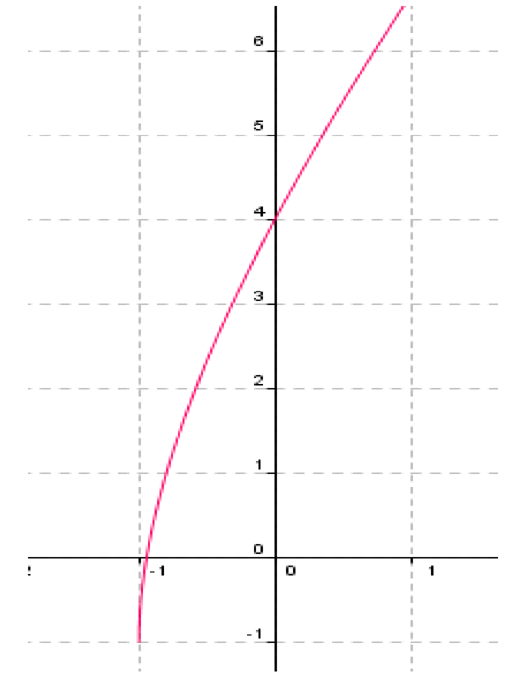
Sens de variation d'une fonction

1. Introduction

1.1. Exemple 1

La fonction f est définie sur $[-1;+\infty[$. Le repère est orthogonal.

La courbe représentative de f est en rouge.



- ✔ Si on regarde la courbe de gauche vers la droite, on remarque que la courbe va du bas vers le haut.

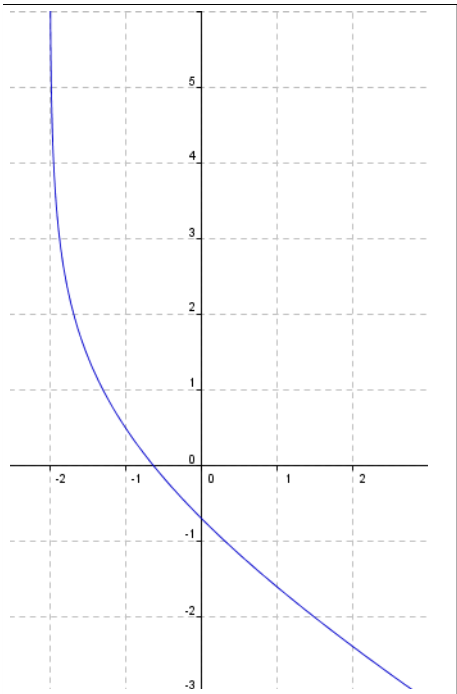
On dit que f est une fonction ***croissante*** sur l'intervalle $[-1;+\infty[$

Si on considère les deux points sur la courbe M(a, f(a)) et N(b, f(b)).
Si a < b : (N est à droite de M) alors
f(a) < f(b) : (N est plus ***haut*** que M)

1,2. Exemple 2

La fonction f est définie sur $]-2;+\infty[$. Le repère est orthogonal.

La courbe représentative de f est en bleu.



- ✔ Si on regarde la courbe de gauche vers la droite, on remarque que la courbe va du haut vers le bas.

On dit que f est une fonction ***décroissante*** sur l'intervalle $]-2;+\infty[$

Si on considère les deux points sur la courbe M(a, f(a)) et N(b, f(b)).
Si a < b : (N est à droite de M) alors
f(a) > f(b) : (N est plus ***bas*** que M)

2. Variations d'une fonction numérique

2.1. Fonction croissante sur un intervalle

I est un intervalle de ℝ

Définition

Dire que ***f est strictement croissante*** *sur I, signifie que pour tous les nombres réels a et b appartenant à I*

si a<b alors f(a) < f(b)

Dire que ***f est croissante*** *sur I, signifie que pour tous les nombres réels a et b appartenant à I*

si a<b alors f(a) ≤f(b)

2.2. Fonction décroissante sur un intervalle

I est un intervalle de ℝ

Définition

Dire que ***f est strictement décroissante*** *sur I, signifie que pour tous les nombres réels a et b appartenant à I*

si a<b alors f(a) > f(b)

Dire que ***f est décroissante*** *sur I, signifie que pour tous les nombres réels a et b appartenant à I*

si a<b alors f(a) ≥f(b)

2.3 Fonction constante sur un intervalle

I est un intervalle de ℝ

Définition

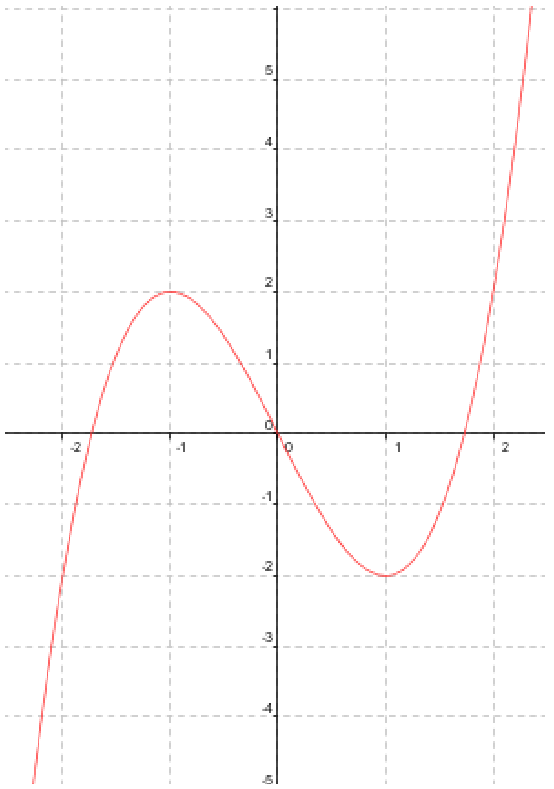
Dire que ***f est une fonction constante*** *sur I, signifie que pour tous les nombres réels a et b appartenant à I*

f(a) = f(b)

2.4. Remarque

La fonction f est définie sur ℝ Le repère est orthogonal.

La courbe représentative de f est en rouge.



- f n'est pas croissante sur ℝ car f(-1) > f(0)
- f n'est pas décroissante sur ℝ car f(1) < f(2)

Pour démontrer que f n'est pas croissante ou décroissante sur un intervalle, il suffit de donner un contre exemple

2.5. Variations d'une fonction numérique

Déterminer les variations d'une fonction numérique, c'est écrire l'ensemble de définition comme la réunion d'intervalles sur lesquels la fonction est croissante ou décroissante.

Pour l'exemple précédent (4 remarque).

$\mathbb{R} = \ ]-\infty; -1] \cup [-1;1] \cup [1;+\infty[$

- f est strictement croissante sur $]-\infty; -1]$
- f est strictement décroissante sur $[-1;1]$
- f est strictement croissante sur $[1;+\infty[$
- f(-1) = 2 et f(1) = -2 (par lecture graphique)

On donne le résultat sous forme de tableau que l'on nomme tableau de variation de la fonction f.

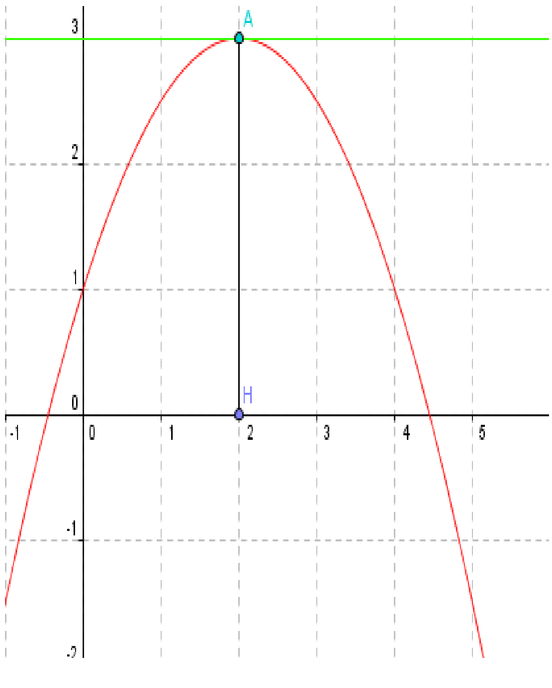
x	$-\infty$		-1		$+1$		$+\infty$
$f(x)$		↗	2	↘	-2	↗	

3. Minimum et Maximum d'une fonction

3.1.Exemple

La fonction f est définie sur ℝ Le repère est orthogonal.

La courbe représentative de f est en rouge.



On trace la droite d'équation y=3, on constate que la courbe représentative de f est située en dessous de la droite d (en vert)

- ✔ Donc pour tout x de ℝ : $f(x) \leq 3$
- ✔ Or par lecture graphique : f(2) = 3.

On dit que f admet un maximum pour x=2.

Ce maximum : f(2) est égal à 3

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	↗	3	↘

f est croissante sur $]-\infty; 2]$ et f est décroissante sur $[2;+\infty[$ donc la plus grande valeur de f(x) est obtenue pour x=2.

3.2. Définition

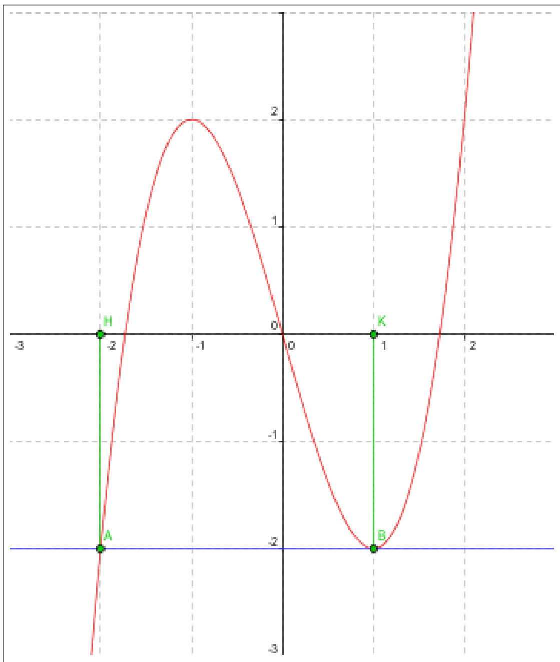
f est définie sur un intervalle I. $a \in I$. On dit que f admet un maximum pour x=a lorsque pour tout x de I $f(x) \leq f(a)$.

f(a) est le maximum de f sur I (ou la valeur maximale) .

3.3. Exemple

La fonction f est définie sur ℝ Le repère est orthogonal.

La courbe représentative de f est en rouge.



On trace la droite d'équation y=-2, on constate que -2 admet deux antécédents par f : -2 et 1 (rappel : les antécédents de -2 par f sont les solutions de l'équation f(x)=-2 c'est à dire les abscisses des points d'intersection de la courbe et de la droite d en bleu)

Toute la partie de la courbe pour $x \in I = [-1;+\infty[$ est au dessus de d.
On dit que f admet un minimum sur I en x=1. Ce minimum f(1) est égal à -2.

On peut remarquer sur cet exemple que f(-2,5) < - 2 mais
$-2,5 \notin I = [-1;+\infty[$

3.4. Définition

f est définie sur un intervalle I. $a \in I$. On dit que f admet un minimum pour $x=a$ lorsque pour tout x de I $f(x) \geq f(a)$.

$f(a)$ est le minimum de f sur I (ou la valeur minimale) .