Fiche exercices

EXERCICE 1

1. Les points A, B et C sont alignés et $A \neq B$.
Déterminer le nombre réel λ tel que $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AB}$

2. Les points D, E et F sont alignés et $D \neq E$.
Déterliner le nombre réel λ tel que $\overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{DE}$.

3. Les points G,H et I sont alignés et $G \neq H$.
Déterminer le nombre réel λ tel que $\overrightarrow{GI} = \lambda \overrightarrow{GH}$.

EXERCICE 2

$\mathscr{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.

On considère les points : $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$, B(2;3), C(-2;-3) et D(4;2).

1. Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
2. Que peut-on dire des droites (AB) et (CD) ?

EXERCICE 3

$\mathscr{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.

A(-1;3) B(-4;-2) C(3;-1) $K\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ L est le milieu de [BC].

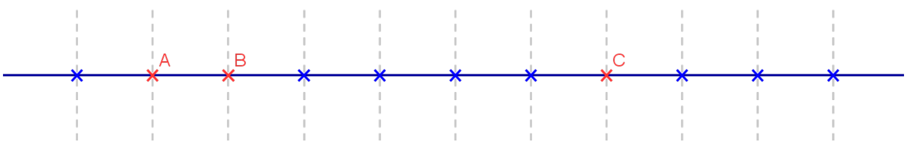
Démontrer que les points A, K et L sont alignés.

EXERCICE 4

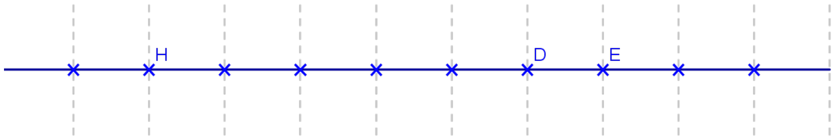
$\mathscr{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.
On considère les points : A(2;-2), B(-4:-5), C(8;1), D(6;-3) et E(-2;-1).
Démontrer que les points A, B et C sont alignés.
Démontrer que les points A, D et E sont alignés.

EXERCICE 5

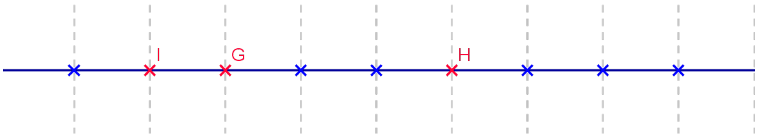
1. Les points A, B et C sont alignés et $A \neq B$.
Déterminer le nombre réel λ tel que $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AB}$.



2. Les points D, E et F sont alignés et $D \neq E$.
Déterliner le nombre réel λ tel que $\overrightarrow{DF} = \lambda \overrightarrow{DE}$.



3. Les points G,H et I sont alignés et $G \neq H$.
Déterminer le nombre réel λ tel que $\overrightarrow{GI} = \lambda \overrightarrow{GH}$



EXERCICE 6

$\mathscr{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.

On considère les points A(2;4), B(-1;-2), C(6;-1), $K\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3}\right)$; L milieu de [BC] et M milieu de [AC].

1. Déterminer les coordonnées du point L.
Démontrer que les points A, K et L sont alignés.
2. Calculer les coordonnées du point M.
Démontrer que les points B, K et M sont alignés.
3. Que représente le point K pour le triangle ABC ?

EXERCICE 7

$\mathscr{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.

On considère les points A(0;1), $B\left(2;\frac{3}{2}\right)$, C(4;-1) et $D\left(-2;-\frac{5}{2}\right)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD.

EXERCICE 8

$\mathscr{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère du plan.
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

1. $\vec{u}\left(5;-\frac{3}{2}\right)$ $\quad$ $\vec{v}\left(3;-\frac{9}{10}\right)$
2. $\vec{u}(\sqrt{2};-1)$ $\quad$ $\vec{v}(-2;\sqrt{2})$
3. $\vec{u}\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{4}\right)$ $\quad$ $\vec{v}(4;3)$
4. $\vec{u}\left(-\frac{1}{5};\frac{1}{6}\right)$ $\quad$ $\vec{v}\left(\frac{1}{6};-\frac{1}{7}\right)$

CORRECTION

EXERCICE 1

1. Déterminer λ tel que $\overrightarrow{AC}=\lambda\,\overrightarrow{AB}$

En utilisant les graduations sur la droite : AB=1 et AC=5.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de même sens.

Donc $\lambda=\frac{AC}{AB}=\frac{5}{1}=5$ $\quad\overrightarrow{AC}=5\,\overrightarrow{AB}$

2. Déterminer λ tel que $\overrightarrow{DF}=\lambda\,\overrightarrow{DE}$

En utilisant les graduations sur la droite : DE=1 et DF=3.
Les vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont de sens contraires.

Donc $\lambda=-\frac{DF}{DE}=-\frac{3}{1}=-3$ $\quad\overrightarrow{DF}=-3\,\overrightarrow{DE}$

3. Déterminer λ tel que $\overrightarrow{GI}=\lambda\,GH$

En utilisant les graduation sur la droite : GH=2 et GI=3.
Les vecteurs $\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{GI}$ sont de sens contraires.

Donc $\lambda=-\frac{GI}{GA}=-\frac{3}{2}$ $\quad\overrightarrow{GI}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{GH}$.

EXERCICE 2

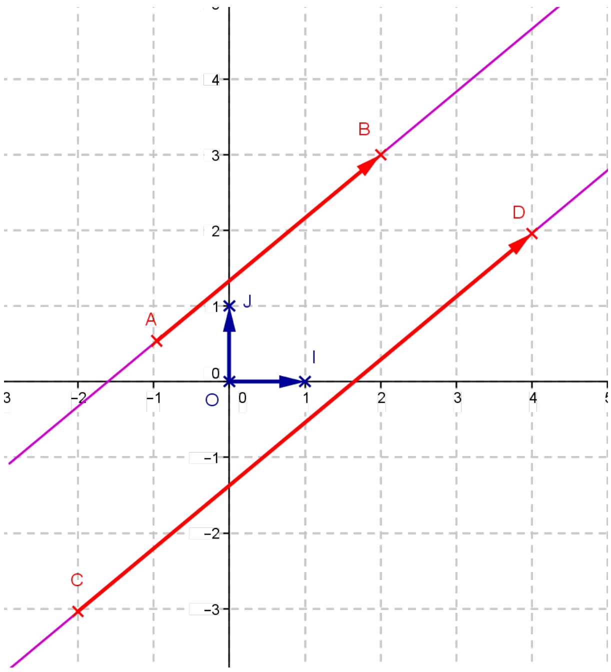
1. Vérifier que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

$A\left(-1;\frac{1}{2}\right)$ B(2;3) C(-2:-3) et D(4;2)

$\overrightarrow{AB}\left(2+1;3-\frac{1}{2}\right)$ $\quad\overrightarrow{AB}\left(3;\frac{5}{2}\right)$ $\quad\overrightarrow{CD}(4+2;2+3)$ $\quad\overrightarrow{CD}(6;5)$

On remarque que $\overrightarrow{CD}=2\,\overrightarrow{AB}$
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

2. Que peut-on dire des droites (AB) et (CD)



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

EXERCICE 3

Démontrer que les points A, K et L sont alignés

A(-1;3) B(-4;-2) C(3;-1) $K\left(-\frac{2}{3};0\right)$ L est le milieu de [BC].

$$x_L=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-4+3}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$y_L=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{-2-1}{2}=-\frac{3}{2}$$

$$L\left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{AL}\left(-\frac{1}{2}+1;-\frac{3}{2}-3\right) \qquad \overrightarrow{AL}\left(\frac{1}{2};-\frac{9}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{AK}\left(-\frac{2}{3}+1;0-3\right) \qquad \overrightarrow{AK}\left(\frac{1}{3};-3\right)$$

$$\overrightarrow{AL}=\lambda\,\overrightarrow{AK} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\lambda\\ -\frac{9}{2}=-3\times\lambda\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\lambda=\frac{3}{2}\\ \lambda=\frac{3}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \left\{\lambda=\frac{3}{2}\right. .$$

$\overrightarrow{AL}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AK}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{AK}$ sont colinéaires

Les points A, L et K sont alignés.

EXERCICE 4

1. Démontrer que les points A, B et C sont alignés

A(2;-2) B(-4;-5) C(8:1)

$\overrightarrow{AB}(-4-2;-5+2)$ $\overrightarrow{AB}(-6;-3)$

$\overrightarrow{AC}(8-2;1+3)$ $\overrightarrow{AC}(6;3)$

donc $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}$ $(\lambda=-1)$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires

Les points A, B et C sont alignés.

2. Démontrer que les points A, D et E sont alignés

A(2;-2) D(6;-3) E(-2;-1)

$\overrightarrow{AD}(6-2;-3+2)$ $\overrightarrow{AD}(4;-1)$

$\overrightarrow{AE}(-2-2;-1+2)$ $\overrightarrow{AE}(-4;1)$

donc $\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AD}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont colinéaires.

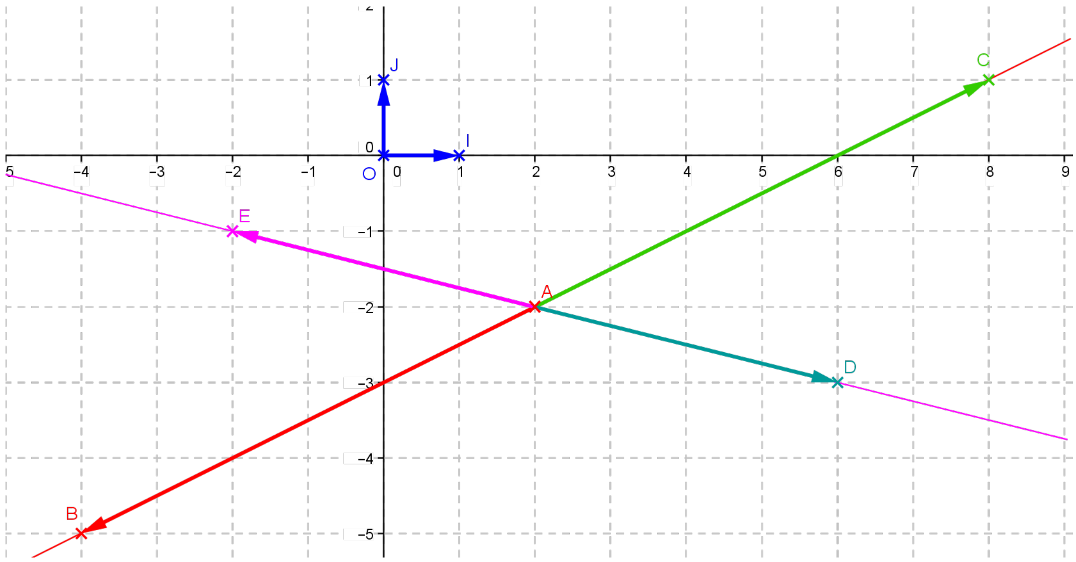
Les points A, D et E sont alignés.

<u>Remarque</u>

$\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}$ donc A est le milieu de [BC]

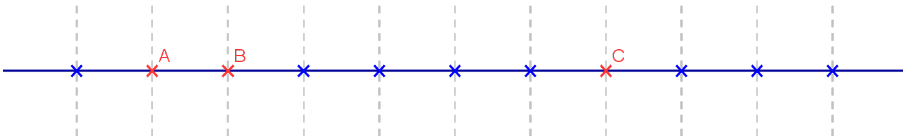
$\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AD}$ donc A est le milieu de [DE]

Le quadrilatère BDCE est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu.



EXERCICE 5

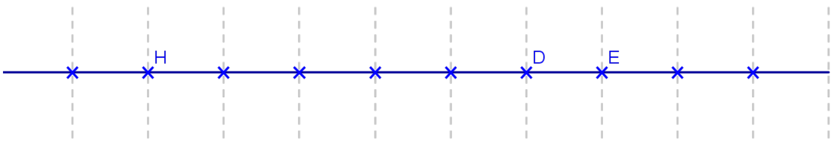
1. Déterminer λ tel que $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}$



En utilisant les graduations sur la droite : AB=1 et AC=6.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont de même ens.

Donc $\lambda=\frac{AC}{AB}=\frac{6}{1}=6$ $\quad \overrightarrow{AC}=6\,\overrightarrow{AB}$

2. Déterminer λ tel que $\overrightarrow{DF}=\lambda DE$



En utilisant les graduations sur la droite : DE=1 et DF=5 .
Les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont de sens contraires.

Donc $\lambda=-\frac{DF}{DE}=-\frac{5}{1}=-5$ $\quad \overrightarrow{DF}=-5\,\overrightarrow{DE}$

3. Déterminer λ tel que $\overrightarrow{GI}=\lambda\overrightarrow{GH}$

En utilisant les graduations de la droite : GH=3 et GI=1.
Les vecteurs $\overrightarrow{GH}$ et $\overrightarrow{GI}$ sont de sens contraires.

$\lambda=-\frac{GI}{GH}=-\frac{1}{3}$ $\quad \overrightarrow{GI}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{GH}$

EXERCICE 6

$A(2;4)$ $\quad B(-1;-2)$ $\quad C(6;-1)$ $\quad K\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3}\right)$

1. Démontrer que les points A ; K et L sont alignés

Le point L est le milieu de [BC] $\quad x_L=\frac{-1+6}{2}=\frac{5}{2}$ $\quad y_L=\frac{-2-1}{2}=-\frac{3}{2}$ $\quad L\left(\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$

$\overrightarrow{AK}\left(\frac{7}{3}-2;\frac{1}{3}-4\right)$ $\quad \overrightarrow{AK}\left(\frac{1}{3};-\frac{11}{3}\right)$ $\quad \overrightarrow{AL}\left(\frac{5}{2}-2;-\frac{3}{2}-4\right)$ $\quad \overrightarrow{AL}\left(\frac{1}{2};-\frac{11}{2}\right)$

On remarque : $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AL}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{AL}$ sont colinéaires donc **les points A ; K et L sont alignés.**

2. Démontrer que les points B ; M et K sont alignés

Le point M est le milieu de [AC] $x_M=\frac{2+6}{2}=4$ $y_M=\frac{4-1}{2}=\frac{3}{2}$ $M\left(4;\frac{3}{2}\right)$

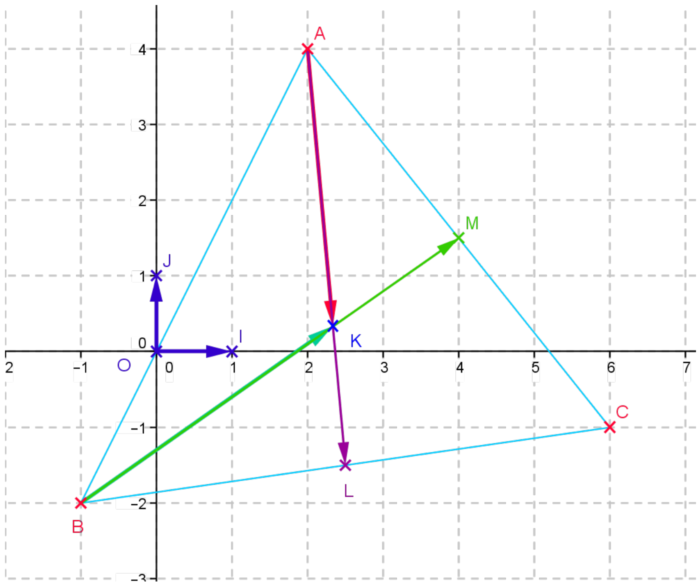
$\overrightarrow{BK}\left(\frac{7}{3}+1;\frac{1}{3}+2\right)$ $\overrightarrow{BK}\left(\frac{10}{3};\frac{7}{3}\right)$ $\overrightarrow{BM}\left(4+1;1+\frac{3}{2}\right)$ $\overrightarrow{BM}\left(5;\frac{7}{2}\right)$

On remarque que : $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BM}$

Les vecteurs $\overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{BK}$ sont colinéaires donc **les points B;M et K sont alignés.**

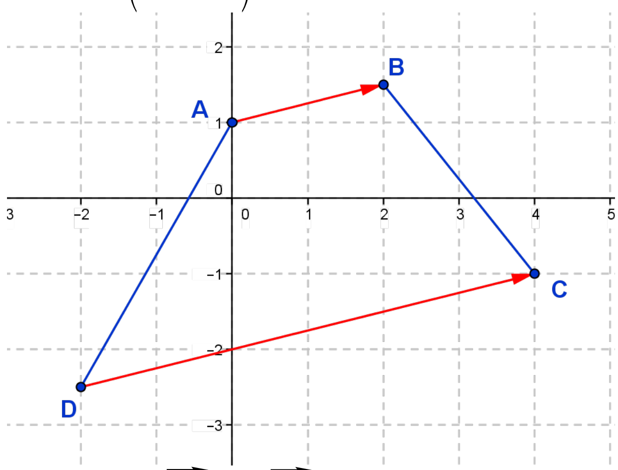
3. Que représente le point K pour le triangle ABC ?

[AL] et [BK] sont deux médianes du triangle ABC, le point d'intersection K de ces deux médianes est **le centre de gravité du triangle ABC.**



EXERCICE 7

$A(0;1)$ $B\left(2;\frac{3}{2}\right)$ $C(4;-1)$ $D\left(-2;-\frac{5}{2}\right)$



1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}\left(2-0;\frac{3}{2}-1\right)$ $\overrightarrow{AB}\left(2;\frac{1}{2}\right)$ $\overrightarrow{DC}\left(4+2;-1+\frac{5}{2}\right)$ $\overrightarrow{DC}\left(6;\frac{3}{2}\right)$

2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

On remarque : $\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{AB}$
Les droites (DC) et (AB) sont parallèles donc **ABCD est un trapèze.**

EXERCICE 8

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

Rappel
Les vecteurs $\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u};\vec{v})=xy'-x'y=0$.

1. $\vec{u}\left(5;-\frac{3}{2}\right)$ $\vec{v}\left(3;-\frac{9}{10}\right)$

$\det(\vec{u};\vec{v})=5\times\left(-\frac{9}{10}\right)-\left(-\frac{3}{2}\right)\times3=-\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=0$

Remarque : $\vec{u}=\frac{5}{3}\vec{v}$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

2. $\vec{u}(\sqrt{2};-1)$ $\vec{v}(-2;\sqrt{2})$

$\det(\vec{u};\vec{v})=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-(-1)\times(-2)=2-2=0$

Remarque : $\vec{v}=-\sqrt{2}\vec{u}$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

3. $\vec{u}\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{4}\right)$ $\vec{v}(4;3)$

$\det(\vec{u};\vec{v})=\frac{4}{3}\times3-\left(-\frac{1}{4}\right)\times4=4+1=5\neq0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

4. $\vec{u}\left(-\frac{1}{5};\frac{1}{6}\right)$ $\vec{v}\left(\frac{1}{6};-\frac{1}{7}\right)$

$\det(\vec{u};\vec{v})=-\frac{1}{5}\times\left(-\frac{1}{7}\right)-\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{35}-\frac{1}{36}=\frac{1}{35\times36}\neq0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.