

Graphes étiquetés

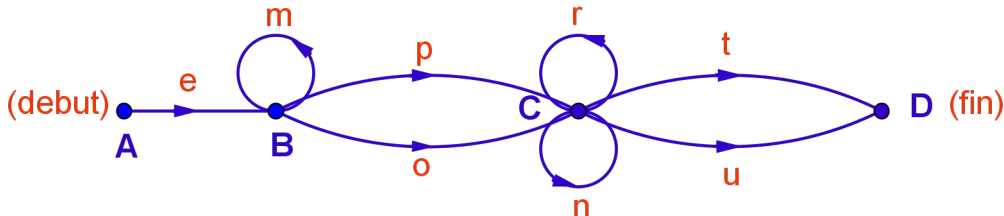
- 1. Définition p2
- 2. Exemple p2
- 3. Exercice p2

1. Définition

Un graphe étiqueté est un graphe où chacune des arêtes est affectée d'un symbole (par exemple ou un mot ou un nombre ou # ou & ...).

2.Exemple

Un exemple de graphe étiqueté pour déterminer des codes d'accès.



On veut déterminer des codes de 4 lettres

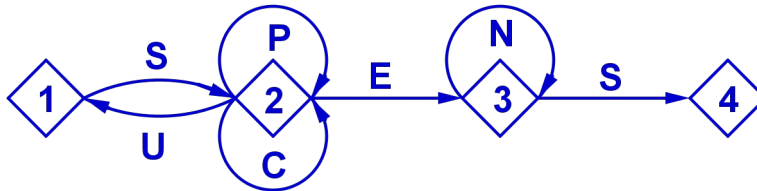
Exemple de codes obtenus

empt

eoru

3. Exercice

Pour accéder à sa messagerie, Antoine a choisi un code qui doit être reconnu par le graphe étiqueté suivant les sommets 1-2-3-4.



Une succession des lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4. Les codes SES et SPPCES sont ainsi des codes possibles, contrairement aux code SUN et SPEN.

1. Parmi les trois codes suivants, écrire sur votre copie le (ou les) code(s) reconnu par le graphe.
 SUCCES SCENES SUSPENS

2. Déterminer la matrice d'adjacence A associée au graphe. On prendra les sommets dans l'ordre 1-2-3-4.

On donne les premières lignes de la matrice A.

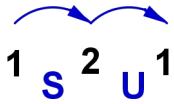
$$L_1 = (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \quad \text{et} \quad L_2 = (1 \quad 2 \quad 1 \quad 0)$$

3. Avec la calculatrice on a calculé : $A^4 = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 8 & 3 \\ 12 & 29 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

En déduire le nombre de codes de 4 lettres reconnus par le graphe. Quels sont ces codes ?

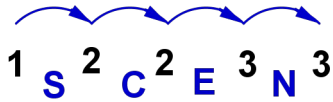
CORRECTION

1. SUCCES code non reconnu



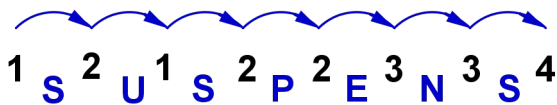
Pour être reconnu, après nécessairement on doit avoir un C.

. SCENES code non reconnu



Pour être reconnu, après nécessairement on doit avoir un N ou un S.

. SUSPENS code reconnu



2. La matrice d'adjacence A du graphe est la matrice carrée 4x4 $A=(a_{ij})$ $0 \leq i \leq 4$ et $0 \leq j \leq 4$

a_{ij} est le coefficient de la $i^{\text{ème}}$ ligne et de la $j^{\text{ème}}$ colonne

a_{ij} est le nombre d'arêtes reliant le sommet i au sommet j.

Attention le graphe est **orienté** on a n'a pas nécessairement $a_{ij}=a_{ji}$.

$$a_{11}=0 \quad a_{12}=1 \quad a_{13}=0 \quad a_{14}=0 \quad a_{21}=1 \quad a_{22}=2 \quad a_{23}=1 \quad a_{24}=0$$

$$a_{31}=0 \quad a_{32}=0 \quad a_{33}=1 \quad a_{34}=1 \quad a_{41}=0 \quad a_{42}=0 \quad a_{43}=0 \quad a_{44}=0$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. A^4=(a'_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 8 & 3 \\ 12 & 29 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a'_{ij} est le nombre de chaînes de longueur 4 reliant le sommet i au sommet j.

Pour obtenir un code reconnu par le graphe il faut choisir une chaîne de longueur 4 reliant le sommet 1 au sommet 4.

$a'_{14}=3$ donc il y a 3 codes de 4 lettres reconnus par le graphe.

Ces codes sont : SPES SCES SENS