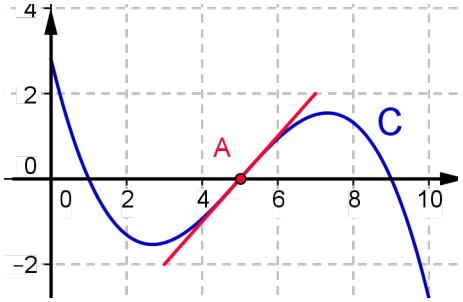
Exercice 1 — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées ; une seule de ces réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.
Barême : une bonne réponse rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

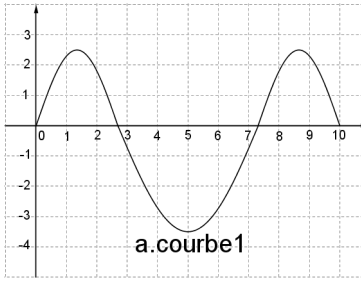
1. Une augmentation de 20 % suivie d'une augmentation de 15 % est équivalente à une augmentation de :

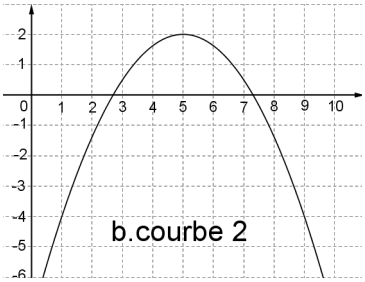
a. 17,5 % **b.** 30 % **c.** 35 % **d.** 38 %

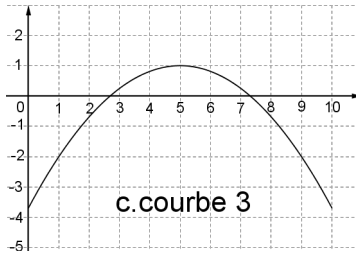
2. On donne ci-dessous la représentation graphique C d'une fonction f définie sur [0:10]

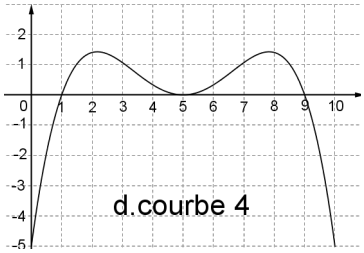


La tangente à la courbe C au point A d'abscisse 5 est tracée.
Parmi les quatre courbes suivantes, déterminer laquelle représente graphiquement la fonction dérivée f' de la fonction f.









3. Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}$ et f' sa fonction dérivée. On a :

a. $f'(x)=\dfrac{\ln(x)-1}{x^2}$ **b.** $f'(x)=\dfrac{1-\ln(x)}{x^2}$ **c.** $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}$ **d.** $f'(x)=\dfrac{1+\ln(x)}{x^2}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

4. On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0=2$ et de raison $q=1,05$
La somme S des 12 premiers termes de cette suite est donnée par :

a. $S=2\times\dfrac{1-1,05^{12}}{1-1,05}$ **b.** $S=2\times\dfrac{1-1,05^{13}}{1-1,05}$ **c.** $S=1,05\times\dfrac{1-2^{13}}{1-2}$ **d.** $S=1,05\times\dfrac{1-2}{1-2^{12}}$

5. X est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 22 et d'écart type 3.
Une valeur approchée à 10^{-2} de la probabilitéde l'événement $(22\leqslant X\leqslant 28)$ est :

a. 0,2 **b.** 0,28 **c.** 0,48 **d.** 0,95

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

1. Réponse : d **38 %**

Justifications non demandées

Pour une augmentation de 20 % le coefficient multiplicateur est : $\left(1+\frac{20}{100}\right)=1,2$.

Pour une augmentation de 15 % le coefficient multiplicateur est : $\left(1+\frac{15}{100}\right)=1,15$.

Pour les deux augmentations successives le coefficient multiplicateur est : $1,2\times1,15=1,38$.
On obtient donc une augmentation de 38 %.

2. Réponse : c **courbe 3**

Justifications non demandées

En considérant la courbe C on remarque : f est décroissante sur $[0:\alpha]$; f est croissante sur $[\alpha;\beta]$ et f est décroissante sur $[\beta;10]$.
2,7 est une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
7,3 est une valeur approchée de β à 10^{-1} prés.
Conséquence
La fonction dérivée de f est négative sur $[0;\alpha[$, positive sur $]\alpha;\beta[$ et négative sur $[\beta;10]$.

La courbe 1 est la courbe représentative d'une fonction qui est d'abord positive donc ne correspond pas à la courbe représentative de f' .
La courbe 2 est la courbe représentative d'une fonction dont le signe correspond à celui de f' .
La courbe 3 est la courbe représentative d'une fonction dont le signe correspond à celui de f' .
La courbe 4 est la courbe représentative d'une fonction positive sur $[1;9]$ donc ne correspond pas à la courbe représentative de f' .

Maintenant sur le graphique la tangente en A est tracée son coefficient directeur est égal à $f'(5)$.
Par lecture graphique on obtient : $f'(5)=1$.
La courbe 2 est la courbe représentative d'une fonction prenant la valeur 2 pour x=5 donc ne correspond pas à la courbe de f' .
La courbe 3 est la courbe représentative d'une fonction prenant la valeur 1 pour x=5.
Comme l'une des quatre courbe est celle de f' , on peut conclure que la courbe 3 est la courbe représentative de f' .

3. Réponse : b $f'(x)=\frac{1-\ln(x)}{x^2}$

Justifications non demandées

$f(x)=\frac{\ln(x)}{x}$ $\qquad$ $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

$u(x)=\ln(x)$ $\qquad$ $u'(x)=\frac{1}{x}$

$v(x)=x$ $\qquad$ $v'(x)=1$

$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\times x-1\times\ln(x)}{x^2}=\frac{1-\ln(x)}{x^2}$

4. Réponse : a $2\times\frac{1-1,05^{12}}{1-1,05}$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Justifications non demandées

Si (u_n) est la suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q alors :

$$S=u_0+u_1+\ldots+u_{11}=u_0\times\frac{1-q^{12}}{1-q}$$

Pour l'exemple, on obtient : $S=2\times\frac{1-1,05^{12}}{1-1,05}$.

5. Réponse : c 0,48

Justifications non demandées

Pour déterminer $P(22\leqslant X\leqslant 28)$ on peut utiliser la calculatrice ou bien remarquer que :

$$P(22\leqslant X\leqslant 28)=\frac{1}{2}P(16\leqslant X\leqslant 28)=\frac{1}{2}P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)=\frac{1}{2}\times 0,95=0,475$$

$P(22\leqslant X\leqslant 28)=0,48$.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés