

## Exercice 4

4 points

Les parties A et B sont indépendantes.

Les résultats décimaux seront arrondis au millième dans tout l'exercice.

**Partie A**

La direction d'une société fabriquant des composants électroniques impose à ses deux sites de production de respecter les propositions ci-dessous en termes du contrat d'embauche du personnel :

- . 80 % de CDI (contrat à durée indéterminée)
- . 20 % de CDD (contrat à durée déterminée).

On donne la composition du personnel des deux sites dans le tableau suivant :

	CDI	CDD	effectif total
Site de production A	315	106	421
Site de production B	52	16	68

1. Calculer le pourcentage de CDI sur chaque site de production.
2. Pour une proportion  $p=0,8$ , déterminer les intervalles de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % aux échantillons de taille, pour  $n=421$  et pour  $n=68$ .
3. Comment la direction de la société peut-elle interpréter les intervalles obtenus dans la question précédente.

**Partie B**

*Dans cette partie, on convient que l'on peut l'intervalle de fluctuation asymptotique lorsque  $n \geq 30$ ,  $np \geq 5$  et  $n(1-p) \geq 5$ , où  $p$  désigne la proportion dans une population, et  $n$  désigne la taille d'un échantillon de cette population.*

La direction de cette même société tolère 7 % de composants défectueux. Le responsable d'un site de production souhaite évaluer si sa chaîne de production respecte cette contrainte de 7 %. Pour cela, il prélève un échantillon de composants électroniques.

1. S'il prélève un échantillon de 50 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %? Expliquer.
2. S'il prélève un échantillon de 100 composants, peut-il utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %? Expliquer.
3. Le responsable du site de production prélève un échantillon de taille 100, dans lequel 9 composants électroniques s'avèrent défectueux. Comment peut-il interpréter ce résultat ?

**CORRECTION**

**Partie A**

1. Le pourcentage de CDI sur le site de production A est :  $\frac{315}{421} \times 100 = 75,82 \%$ .

Le pourcentage de CDI sur le site de production B est :  $\frac{52}{68} \times 100 = 76,47 \%$ .

2.  $I_A$  est l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % pour le site de production A.

$$I_A = \left[ p - 1,96 \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} ; p + 1,96 \times \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$p = 0,8 \quad p(1-p) = 0,8 \times 0,2 = 0,16 \quad \sqrt{0,16} = 0,4$$

$$I_A = \left[ 0,8 - 1,96 \times \frac{0,4}{\sqrt{421}} ; 0,8 + 1,96 \times \frac{0,4}{\sqrt{421}} \right]$$

En utilisant la calculatrice on obtient :

$$0,03820 < 1,96 \times \frac{0,4}{\sqrt{421}} < 0,03821$$

$$I_A = [0,762; 0,838]$$

•  $I_B$  est l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % pour le site de production B

$$I_B = \left[ 0,8 - 1,96 \times \frac{0,4}{\sqrt{68}} ; 0,8 + 1,96 \times \frac{0,4}{\sqrt{68}} \right]$$

$$0,04656 < 1,96 \times \frac{0,4}{\sqrt{68}} < 0,04657$$

$$I_B = [0,753; 0,846]$$

3. 75,82 n'appartient pas à  $I_A$ .

Le site de production A ne respecte pas la consigne : embauche à 80 % en CDI avec une possibilité d'erreur de 5 %.

• 76,47 appartient à  $I_B$

Le site de production B respecte la consigne : embaucher à 80 % en CDI avec une possibilité d'erreur de 5 %.

**Partie B**

1.  $p = 0,07 \quad n = 50 \geq 30 \quad np = 50 \times 0,07 = 3,5 < 5$

donc on ne peut pas utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

2.  $p = 0,07 \quad n = 100 \geq 30 \quad np = 100 \times 0,07 = 7 \geq 5 \quad n(1-p) = 100 \times 0,93 = 93 \geq 5$

donc on peut utiliser l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

3.  $I_{100}$  est l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

$$I_{100} = \left[ 0,07 - 1,96 \times \frac{\sqrt{0,07 \times 0,93}}{\sqrt{100}} ; 0,07 + 1,96 \times \frac{\sqrt{0,07 \times 0,93}}{\sqrt{100}} \right]$$

$$0,02449 < 1,96 \times \frac{\sqrt{0,07 \times 0,93}}{\sqrt{100}} < 0,0245$$

$$I_{100} = [0,0455; 0,0945].$$

La proportion des composants défectueux dans l'échantillon est :  $f = \frac{9}{100} = 0,09$ .

0,9 appartient à  $I_{100}$ .

Donc l'hypothèse : « la contrainte de moins de 7 % de composants défectueux » est acceptée avec une possibilité d'erreur de 5 %.