Exercice 1 — 5 points

Dans tout l'exercice les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.
Les parties A, B et C peuvent être traitées indépendamment.

Deux roues sont disposées sur le stand d'un forain. Elles sont toutes deux partagées en 10 secteurs identiques.
La première comporte 5 secteurs rouges, 3 bleus et 2 verts.
La deuxième comporte 7 secteurs noirs et 3 jaunes.
Quand on fait tourner une de ces roues, un repère indique, lorsqu'elle s'arrête, un secteur. Pour chacune des deux roues, on admet que les 10 secteurs sont équiprobables.
Le forain propose le jeu suivant ; on fait tourner **la première roue** et, lorsqu'elle s'arrête, on considère la couleur du secteur indiqués par le repère.

. Si c'est rouge, le joueur a perdu et la partie s'arrête.
. Si c'est bleu, la partie continue ; le joueur fait tourner **la deuxième roue** : si le repère indique un secteur jaune, le joueur a gagné un lot et s'il indique un secteur noir, le joueur a perdu.
. Si c'est le vert, la partie continue ; le joueur fait tourner **la deuxième roue :** si le repère indique un secteur noir, le joueur a gagné un lot t s'il indique un secteur jaune, le joueur a perdu.

Partie A

Le joueur fait une partie.
On note les événements suivants :
R : « Le repère de la première roue indique la couleur rouge ».
B : « Le repère de la première roue indique la couleur bleue ».
V : « Le repère de la première roue indique la couleur verte ».
N : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur noire ».
J : « Le repère de la deuxième roue indique la couleur jaune ».
G : « Le joueur gagne un lot ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

2. Calculer la probabilité $P(B \cap J)$ de l'événement $B \cap J$.

3. Démontrer que la probabilité $P(G)$ que le joueur gagne un lot est égale à $0{,}23$.

Partie B

Un joueur fait quatre parties successives et indépendantes.
On rappelle que la probabilité de gagner un lot est 0,23.
Déterminer la probabilité que ce joueur gagne un seul lot sur ces quatre parties.

Partie C

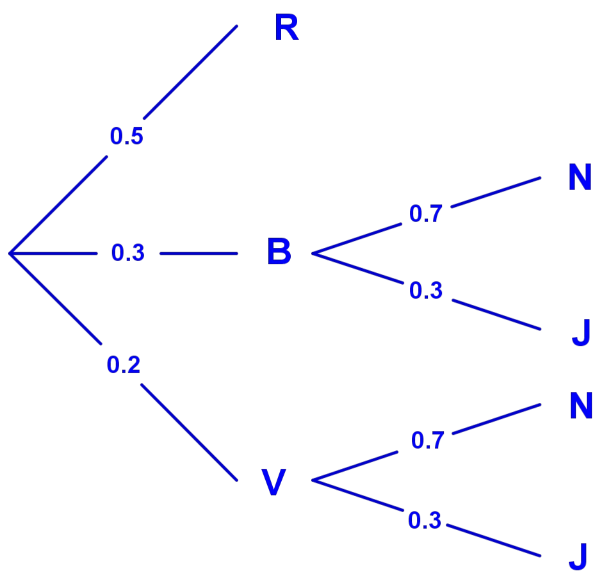
Durant le week end, un grand nombre de perssonnes ont tenté leur chance à ce jeu.
On note X le nombre de parties gagnées durant cette période et on admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 45$ et d'écart-type $\sigma = 2$.

1. Déterminer la probabilité : $P(40 < X < 50)$
2. Déterminer la probabilité qu'au moins 50 parties soient gagnées durant le week end.

CORRECTION

Partie A

1. Pour la première roue, il y a 10 secteurs équiprobables : 5 rouges, 3 bleus et 2 verts.
On obtient : $P(R)=\frac{5}{10}=0,5$; $P(B)=\frac{3}{10}=0,3$ et $P(V)=\frac{2}{10}=0,2$.
Pour la deuxième roue, il y a 10 secteurs équiprobables : 7 noirs et 3 jaunes.
On obtient : $P(N)=\frac{7}{10}=0,7$ et $P(J)=\frac{3}{10}=0,3$.
Les événements B et N sont indépendants donc $P_B(N)=P(N)$
Les événements B et J sont indépendants donc $P_B(J)=P(J)$
Les événements V et N sont indépendants donc $P_V(N)=P(N)$
Les événements V et J sont indépendants donc $P_V(J)=P(J)$
Si on obtient R pour la première roue alors on n'utilse pas la deuxième roue.
On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. Les événements B et J sont indépendants :
$P(B\cap J)=P(B)\times P(J)=0,3\times 0,3=0,09$
$P(B\cap J)$ = **0,09.**

3. Pour gagner il faut obtenir $B\cap J$ ou $V\cap N$
$P(V\cap N)=P(V)\times P(N)=0,2\times 0,7=0,14$
Les événements $(B\cap J)$ et $(V\cap N)$ sont incompatibles.
$P(G)=P(B\cap J)+P(V\cap N)=0,09+0,14=0,23$
$P(G)$ = **0,23.**

Partie B

On considère l'épreuve de Bernoulli :
Un joueur fait une partie
Succès S « le joueur gagne un lot » donc $S=G$
La probabilité de succès est égale à $p=P(G)=0,23$
Echec $\bar{S}$ « le joueur ne gagne pas de lot » donc $(\bar{S}=\bar{G})$.
La probabilité de l'échec est égale à $q=P(\bar{G})=1-P(G)=1-0,23=0,77$.

Le joueur fait quatre parties successives et indépendantes donc la loi de probabilité de la variable aléatoire X égale de suuccès en quatre épreuves est la loi binomiale de paramètres n=4 et p=0,23.
La probabilité quele joueur gagne un lot et un seul est : $P(X=1)$.
$P(X=1)=\binom{4}{1}0{,}23^1\times 0{,}77^3=4\times 0{,}23\times 0{,}77^3$ = **0,42** à 10^{-2} près.

Partie C

La loi de probabilité de X est la loi normale de moyenne $\mu=45$ et d'écart-type $\sigma=5$.

1. <u>En utilisant la calculatrice</u>
$P(40<X<50)$ = **0,68.**
<u>En utilisant le cours</u>
$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0{,}68$
$P(45-5<X<45+5)=P(40<X<50)$ = **0,68.**

2. <u>En utilisant la calculatrice</u>
$P(50\leqslant X)$ = **0,16.**
<u>En utilisant le cours</u>
$P(50<+X)=\frac{1}{2}(1-(40<X\,50))=\frac{1}{2}(1-0{,}68)$ = **0,16.**