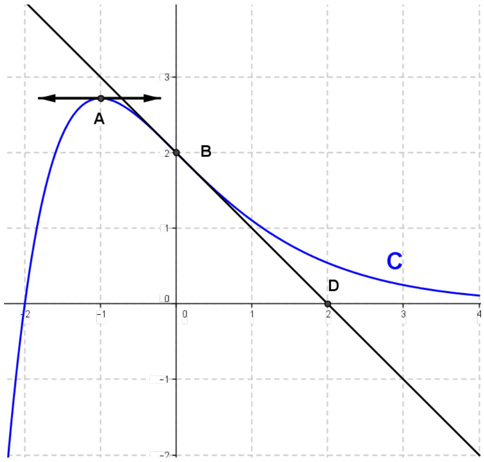
Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5points

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

La courbe C d'une fonction f définie est dérivable sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-dessous.
La courbe C passe par les points $A(-1;e)$ et $B(0;2)$ où $e = \exp(1)$.
La tangente à la courbe C au point A est horizontale et la tangente à la courbe C au point B est la droite (BD) où D a pour coordonnées (2;0).



Pour chacune des affirmations suivantes, recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer, **sans justifier**, si est vraie ou fausse en vous appuyant sur la représentation graphique ci-dessus.
Une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse ou une abscence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. L'équation $f(x)=1$ admet exactement trois solutions dans l'intervalle [-2;3].
2. La fonction f est convexe sur l'intervalle [1;3].
3. $f'(-1)=0$
4. $f'(0)=-1$
5. $f'(x)\geqslant 0$ sur l'intervalle [1;3].
6. Une primitive F de la fonction f est croissante sur l'intervalle [1;3}

Partie B

Pour chacune des affirmations suivantes, recopier sur votre copie le numéro de la question et indiquer, **en justifiant**, si elle vraie ou fausse.

Une bonne réponse rapporte 1 point ; une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. L'ensemble des solutions de l'inéquation : $0{,}2\ln(x)-1\leqslant 0$ est l'intervalle $[e;+\infty[$.

2. On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2-2\ln(x)$
   La fonction g est convexe sur l'ensemble $]0;+\infty[$.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

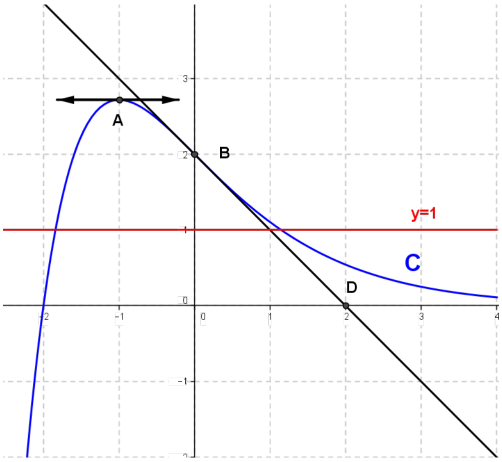
Partie A

1. $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Justifications non demandées

Les solutions de l'équation $f(x)=1$ sont les abscisses des points d'ihtersection de la courbe C et de la droite d'équation $y=1$.

Il n'y a que deux points d'intersection donc deux solutions à l'équation.



2. $\boxed{\text{VRAIE}}$

Justifications non demandées

La courbe C est au dessus de toutes ses tangentes sur l'intervalle [1;3] donc f est convexe sur [1;3].

3. $\boxed{\text{VRAIE}}$

Justifications non demandées

$f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à C au point A. Cette tangente est horizontale donc $f'(-1)=0$

4. $\boxed{\text{VRAIE}}$

Justifications non demandées

$f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente au point B à la courbe C. Cette tangente est la droite (BD).

On calcule le coefficient directeur m de (BD) $\quad m=\frac{y_D-y_B}{x_D-x_B}=\frac{0-2}{2-0}=-1$

5. $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Justifications non demandées

La fonction f est strictement décroissante sur $[1;3]$ donc sa fonction dérivée est négative sur cet intervalle.

6. $\boxed{\text{VRAIE}}$

Justifications non demandées

f est la fonction dérivée de F.

f est positive sur [1;3] donc F est une fonction croissante sur [1;3].

Partie B

1. $\boxed{\text{FAUSSE}}$

Justifications demandées

$$0{,}2\ln(x)-1\leqslant 0 \Leftrightarrow 0{,}2\ln(x)\leqslant 1 \Leftrightarrow \ln(x)\leqslant\frac{1}{0{,}2}=5$$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

Or $\ln(e^5)=5$

$\Leftrightarrow \ln(x)\leqslant\ln(e^5)$

ln est une fonction croissante sur $]0;+\infty[$

$\Leftrightarrow 0<x\leqslant e^5$

$S=]0;e^5]$

Remarque

On peut aussi faire remarquer que 1 est une solution de l'inéquation car $0{,}2\ln(1)-1=-1\leqslant 0$

Or 1 n'appartient pas à l'intervalle $[e;+\infty[$.

2. $\boxed{\textbf{VRAIE}}$

Justifications demandées

$g(x)=x^2-2\ln(x)$

g est deux fois dérivable sur $]0;+\infty[$

$(\ln(x))'=\frac{1}{x}$

$g'(x)=2x-\frac{2}{x}$

$\left(\frac{1}{x}\right)'=-\frac{1}{x^2}$

$g''(x)=2+\frac{2}{x^2}$

donc pour tout nombre réel x stictement positif on a : $g''(x)>0$

et g est convexe sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés