

Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves de terminale de séries générales selon la série et le sexe, à la rentrée 2010.

	Filles	Garçons
Littéraire (L)	40872	11080
Sciences économiques et sociales (ES)	63472	40506
Scientifique (S)	71765	87031
TOTAL	176109	138617

Notations :

$P(A)$ désigne la probabilité de A.

$P_A(B)$ désigne la probabilité d'un événement B sachant que l'événement A est réalisé.

On choisit au hasard un élève de série générale.

On note :

F : l'événement « L'élève choisi est une fille ».

G : l'événement « L'élève choisi est un garçon ».

L : l'événement « L'élève choisi est en série Littéraire »

ES : l'événement « L'élève choisi est en série Sciences Economiques et Sociales »

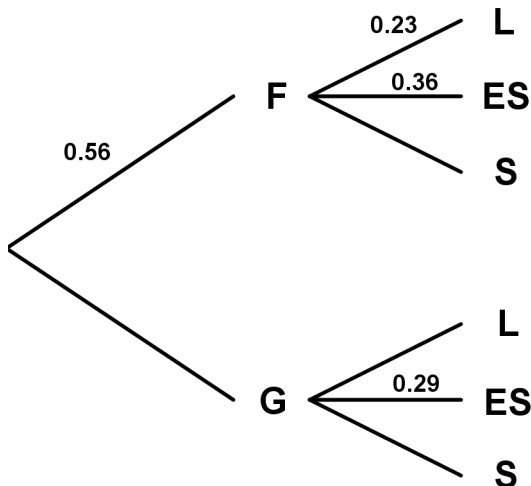
S : l'événement « l'élève choisi est en série Scientifique »

Tous les résultats seront arrondis au centième.

1. En utilisant les effectifs inscrits dans le tableau :

- a. Sachant qu'on interroge un garçon, calculer la probabilité qu'il soit en série littéraire.
- b. Calculer $P(S)$.

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous



3. En utilisant l'arbre complété et les propriétés des probabilités :

- a. Montrer que la probabilité, arrondie au centième, que l'élève soit un élève de la série Sciences Economiques et Sociales est égale à 0,33.

- b. Calculer $P_{ES}(F)$
4. On choisit successivement et au hasard 10 élèves de terminale de série générale. On admet que le nombre de lycéens est suffisamment grand pour que ces choix soient assimilés à des tirages indépendants avec remise.
Calculer la probabilité de choisir exactement trois élèves de la série ES.

CORRECTION

1.a. On nous demande de déterminer : $P_G(L)$

Parmi les 138 617 garçons il y a 11080 élèves de la série littéraire donc :

$$P_G(L) = \frac{11080}{138617} = 0,08$$

b. Le nombre global des élèves de terminale de séries générales est : $176109 + 138617 = 314726$

Le nombre total d'élèves de la série Scientifique est : $71765 + 87031 = 158796$

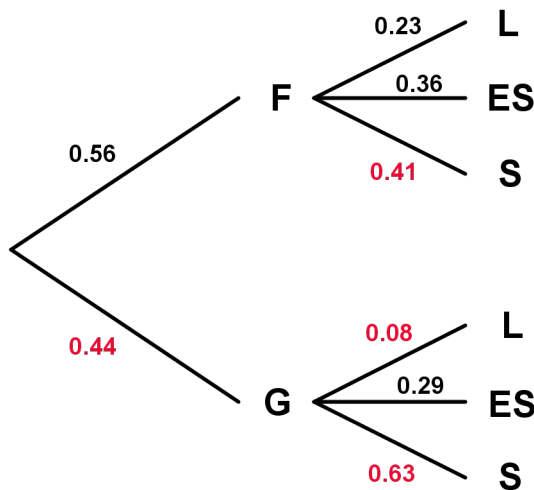
$$P(S) = \frac{158796}{314726} = 0,50$$

2. $P(G) = 1 - P(F) = 1 - 0,86 = 0,44$ ou $P(G) = \frac{138617}{314726} = 0,44$

$$P_F(S) = \frac{71765}{176109} = 0,41 \quad \text{ou} \quad P_F(S) = 1 - P_F(L) - P_F(ES) = 1 - 0,23 - 0,36 = 0,41$$

$$P_G(S) = \frac{87031}{138617} = 0,63 \quad \text{ou} \quad P_G(S) = 1 - P_G(L) - P_G(ES) = 1 - 0,08 - 0,29 = 0,63$$

On obtient l'arbre pondéré suivant :



3.a. On nous demande : $P(ES)$.

En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilité totales.

$$P(ES) = P(F \cap ES) + (G \cap ES) = P(F) \times P_F(ES) + P(G) \times P_G(ES)$$

$$P(ES) = 0,56 \times 0,36 + 0,44 \times 0,29 = \mathbf{0,33}.$$

b. $P_{ES}(F) = \frac{P(ES \cap F)}{P(ES)} = \frac{0,56 \times 0,39}{0,33} = \mathbf{0,61}.$

4. On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :

Succès : « l'élève est en terminale ES » $p = P(ES) = 0,33$

Echec : « l'élève n'est pas en terminale ES » $q = 1 - 0,33 = 0,67$

On suppose que le choix des 10 élèves peut être considéré comme 10 tirages indépendants avec remise.

Donc la variable aléatoire X égale au nombre de succès en 10 épreuves admet pour loi de probabilité, la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,33$.

La probabilité de choisir exactement trois élèves de la série ES est :

$$P(X=3) = \binom{10}{3} \times 0,33^3 \times 0,67^7 = \mathbf{0,26}.$$