Exercice 1 5 points

Les services de la mairie d'une ville ont étudié l'évolution de la population de cette ville.
Chaque année, 12,5 % de la population quitte la ville et 1200 personnes s'y installent.
En 2012, la ville comptait 40000 habitants.
On note U_n le nombre d'habitants de la ville en l'année 2012+n.
On a donc $U_0=40000$.
On admet que la suite (U_n) est définie pour tout entier naturel n par : $U_{n+1}=0{,}875\times U_n+1200$.
On considère la suite (V_n) définie pour tout entier naturel n par : $V_n=U_n-9600$;

Les qestions numérotées de 1 à 5 de cet exercice forment un questionnaire à choix multiples (QCM)
Pour chacune des questions quatre affirmations sont proposées : une réponse est exavce.
Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'abscence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point
Pour chaque question, le candidat notera sur sa copie le numéro de la question suivi de la proposition qui lui semble correcte.
Aucune justification n'est demandée.

1. La valeur de U_1 est :
a. 6 200 **b.** 35 000 **c.** 36 200 **d.** 45 200

2. La suite (V_n) est :
a. géométrique de raison -12,5 %
b. géométrique de raison 0,875
c. géométrique de raison -0,875
d. arithmétique de raison -9600

3. La suite (U_n) a pour limite :
a. $+\infty$ **b.** 0 **c.** 1200 **d.** 9600

4. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	U, N
Initialisation :	U prend la valeur 40000
	N prend la valeur 0
Traitement :	Tant que U > 10000
	N prend la valeur N+1
	U prend la valeur $0{,}875\times U_n+1200$
	Fin du Tant que
Sortie :	Afficher N

Cet algorithme permet d'obtenir :
a. la valeur de U_{40000}
b. toutes les valeurs de U_0 à U_n
c. le plus petit rang n pour lequel on a $U_n\leqslant 10000$
d. le nombre de termes inférieurs à 1200

5. La valeur affichée est :
a. 33 **b.** 34 **c.** 9600 **d.** 9970,8

CORRECTION

1. $\boxed{\textbf{Réponse : c}}$ **36 200**

Justifications non demandées

$U_1 = 0{,}875 \times 40000 + 1200 = 36\,200$

2. $\boxed{\textbf{Réponse : b}}$ **géométrique de raison 0,875**

Justifications non demandées

Pour tout entier naturel n :

$V_{n+1} = U_{n+1} - 9600 = 0{,}875\,U_n + 1200 - 9600 = 0{,}875(V_n + 9600) - 8400 = 0{,}875\,V_n + 8400 - 8400$

$V_{n+1} = 0{,}875\,V_n$

3. $\boxed{\textbf{Réponse : d}}$ **9600**

Justifications non demandées

Pour tout entier naturel n

$U_n = V_n + 9600$ et $V_n = V_0 \times (0{,}875)^n$

$0 < 0{,}875 < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n = 0$

et $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 9600$

4. $\boxed{\textbf{Réponse : c}}$ **le plus petit rang n pour lequel** $U_n \leqslant 10000$

5. $\boxed{\textbf{Réponse : a}}$ **33**

Justification non demandées

Il faut utiliser la calculatrice

. En effectuant le programme, on obtient : **33.**

. En exprimant U_n en fonction de n

$V_0 = 30400$ et pour tout entier naturel n, $V_n = 30400 \times (0{,}875)^n$

donc $U_n = 30400 \times (0{,}875)^n + 9600$

on obtient : $U_{33} \simeq 9970{,}8 < 10000$

on vérifie : $U_{32} \simeq 10023{,}8 > 10000$

on peut conclure : N= **33.**