

Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Une association de consommateurs a fait une enquête sur les ventes de sacs de pommes.

On sait que :

- . 15 % des sacs sont vendus directement dans l'exploitation agricole et le reste dans des supermarchés.
- . Parmi les sacs vendus directement dans l'exploitation agricole, 80 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.
- . Parmi les sacs vendus dans les supermarchés, 10 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres ne contiennent qu'un seul type de pommes.

On désigne par E l'événement « les sacs de pommes sont vendus sur l'exploitation » et par V l'événement « les sacs contiennent des pommes de variétés différentes ».

L'événement contraire de l'événement A sera noté \bar{A} .

On achète de manière aléatoire un sac de pommes.

1. Traduire les trois données de l'énoncé en terme de probabilités.
2. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
3. Définir par une phrase l'événement $E \cap V$ puis calculer sa probabilité.
4. Montrer que la probabilité que le sac acheté contienne des pommes de variétés différentes est égale à 0,205.
5. Le sac acheté contient des pommes d'une seule variété.
Calculer la probabilité qu'il ait été acheté directement sur l'exploitation agricole, arrondir le résultat à 0,001 près.
6. Des producteurs interrogés lors de l'enquête disposent ensemble de 45 000 sacs. Chaque sac, qu'il contienne un seul type de pommes ou des pommes de variétés différentes, est vendu 0,80€ sur l'exploitation agricole et 3,40€ dans les supermarchés.
Calculer le montant total des ventes qu'ils peuvent prévoir.

CORRECTION :

1. « 15% des sacs de pommes sont vendus directement dans l'exploitation agricole et le reste est vendus dans les supermarchés ».

Donc $P(E)=0,15$ et $P(\bar{E})=1-0,15 = \mathbf{0,85}$

\bar{E} est l'événement « les sacs de pommes sont vendus en supermarchés ».

- « Parmi les sacs de pommes vendus directement dans l'exploitation agricole 80 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres contiennent un seul type de pommes ».

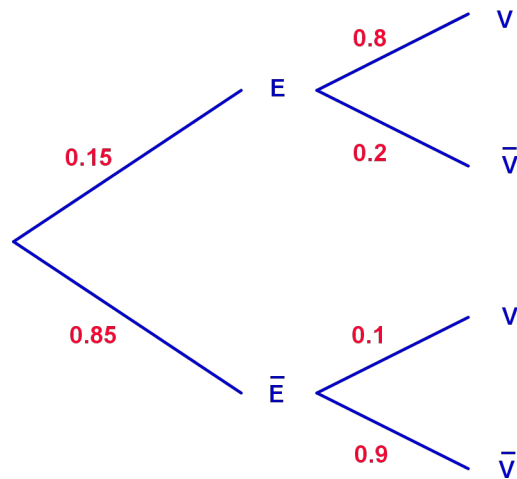
Donc $P_E(V)=0,8$ et $P_E(\bar{V})=1-0,8 = \mathbf{0,2}$

\bar{V} est l'événement « les sacs contiennent un seul type de pommes ».

- « Parmi les sacs de pommes vendus dans les supermarchés 10 % contiennent des pommes de variétés différentes et les autres contiennent un seul type de pommes ».

Donc $P_{\bar{E}}(V)=0,1$ et $P_{\bar{E}}(\bar{V})=1-0,1 = \mathbf{0,9}$

2. On obtient l'arbre pondéré :



3. $E \cap V$ est l'événement : « le sac de pommes acheté est un sac vendu directement dans l'exploitation **et** contient des variétés différentes ».

En utilisant l'arbre pondéré ou la définition d'une probabilité conditionnelle, on obtient :

$P(E \cap V) = P(E) \times P_E(V) = 0,15 \times 0,8 = \mathbf{0,12}$

4. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales, on obtient :

$P(V) = P(E \cap V) + P(\bar{E} \cap V) = 0,12 + P(\bar{E}) \times P_{\bar{E}}(V) = 0,12 + 0,85 \times 0,1 = 0,12 + 0,085$

$P(V) = \mathbf{0,205}$.

5. On nous demande de calculer $P_{\bar{V}}(E)$

$$P_{\bar{V}}(E) = \frac{P(E \cap \bar{V})}{P(\bar{V})}$$

$P(\bar{V}) = 1 - 0,205 = 0,795$

$P(E \cap \bar{V}) = 0,15 \times 0,2 = 0,03$

$$P_{\bar{V}}(E) = \frac{0,03}{0,795} = \frac{30}{795}$$

$P_{\bar{V}}(E) = \mathbf{0,038}$

6. Soit X la variable aléatoire égale au prix de ventes des sacs de pommes.

$$P(X=0,80)=P(E)=0,15$$

$$P(X=3,40)=P(\bar{E})=0,85$$

On donne la loi de probabilité de X sous la forme d'un tableau.

X	0.80	3.40
$P(X=x_i)$	0.15	0.85

$$E(X)=0,80 \times 0,15 + 3,40 \times 0,85 = 0,12 + 2,89 = 3,01$$

Le prix moyen de vente d'un sac de pommes est : 3,01€.

Le montant total des ventes que l'on peut prévoir est : $45000 \times 3,01 = 13\,540\text{€}$.