Exercice 1 6 points

EXERCICE 1 **6 points**

Une usine de composants électriques dispose de deux unités de production,A et B.
La production journalière de l'usine A est de 600 pièces, celle de l'usine B est de 900 pièces.
On prélève au hasard un composant de la production d'une journée.
La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité A est égale à 0,014.
La probabilité qu'un composant présente un défaut de soudure sachant qu'il est produit par l'unité B est égale à 0,024.
On note :

- D l'événement : « le composant présente un défaut de soudure »
- **A** l'événement : «le composant est produit pat l'unité A »
- B l'événement : «le composant est produit par l'unité B »

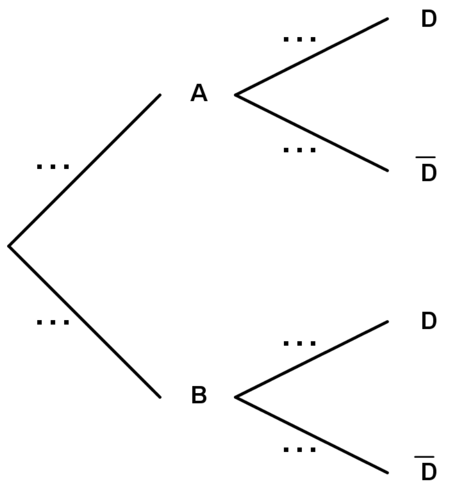
On note P(D) la probabilité de l'événement D et $P_A(D)$ la probabilité de l'événement D sachant que l'événement A est réalisé.

Partie A : généralités

1. a. D'après les données de l'énoncé,préciser $P_A(D)$ et $P_B(D)$

b. Calculer P(A) et P(B)

2. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



3. a. Calculer $P(A \cap D)$ et $P(B \cap D)$

b. En déduire P(D)

4. On prélève dans la production totale un composant présentant un défaut de soudure.
Quelle est la probabilité qu'il provienne de l'unité A ?

Partie B : contrôle de qualité

On suppose que les composants doivent présenter une résistance globale compris entre 195 et 205 ohms.
On admet que la variable aléatoire R qui,à un composant prélevé au hasard dans la production, associe sa résistance,suit une loi normale de moyenne μ=200,5 et d'écart type σ =3,5.

On prélève un composant dans la production.
Les résultats seront arrondis à 0,0001 près;ils pourront être obtenus à l'aide de la calculatrice ou de la table fournie en annexe 1.

1. Calculer la probabilité p_1 de l'événement : « la résistance du composant est supérieure à 211 ohms »

2. Calculer la probabilité p_2 de l'événement : « La résistance du composant est comprise dans l'intervalle de tolérance indiqué dans l'énoncé».

3. On prélève au hasard dans la production trois composants.On suppose que les prélèvements sont indépendants l'un de l'autre et que la probabilité qu'un composant soit accepté est égale à 0,84.
Déterminer la probabilité p qu'exactement deux des trois composants prélevés soient acceptés.

ANNEXE 1

Extrait de la table de la loi normale pour μ=200.5 et σ=3.5

t	P(X≤t)	t	P(x≤t)	t	P(X≤t)
186	0.0000	196	0.0993	206	0.9420
187	0.0001	197	0.1587	207	0.9684
188	0.0002	198	0.2375	208	0.9839
189	0.0005	199	0.3341	209	0.9924
190	0.0013	200	0.4432	210	0.9967
191	0.0033	201	0.5568	211	0.9987
192	0.0076	202	0.6659	212	0.9995
193	0.0161	203	0.7625	213	0.9998
194	0.0316	204	0.8413	214	0.9999
195	0.0580	205	0.9007	215	1.0000

CORRECTION

PARTIE A

1 . a . $P_A(D)$ est la probabilité de l'événement D sachant que l'événement A est réalisé.

L'énoncé nous donne : $P_A(D) = 0{,}014$

$P_B(D)$ est la probabilité de l'événement D sachant que l'événement B est réalisé.

L'énoncé nous donne : $P_B(D) = 0{,}024$

b . La production journalière de l'entreprise est :

600 + 900 = 1500 composants.

On prélève au **hasard** un composant de la production journalière.

L'unité A produit : 600 composants dans la journée donc

$$P(A) = \frac{600}{1500} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

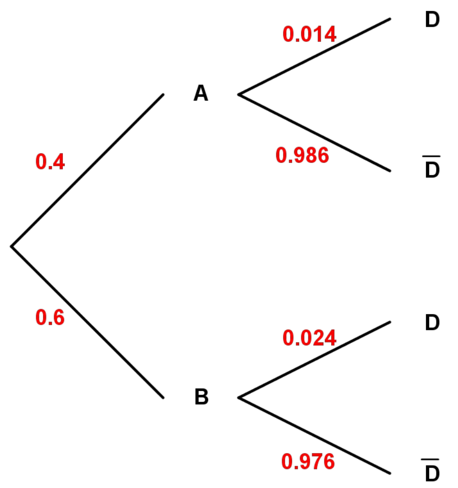
L'unité B produit : 900 composants dans la journée donc

$$P(B) = \frac{900}{1500} = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

2 . $P_A(\bar{D}) = 1 - P_A(D) = 1 - 0{,}024 = 0{,}986$

$P_B(\bar{D}) = 1 - P_B(D) = 1 - 0{,}024 = 0976$

On obtient l'arbre pondéré suivant



3 . a . $P(A \cap D) = P(A) \times P_A(D) = 0{,}4 \times 0{,}014 = 0{,}0056$

$$P(A \cap D) = 0{,}0056$$

$P(B \cap D) = P(B) \times P_B(D) = 0{,}6 \times 0{,}024 = 0{,}0144$

P($B\cap D$) = 0,0144

b . En utilisant la formule des probabilités totales
P(D) = P($A\cap D$) + P($B\cap D$) = 0,0056+0,0144 = 0,02

P(D) = 0,02

4 . On nous demande de calculer $P_D(A)$

$$P_D(A)=\frac{P(A\cap D)}{P(D)}=\frac{0,0056}{0,02}=\frac{56}{200}=0,28$$

$P_D(A)=0,28$

PARTIE B

On utilise la table donnée en annexe 1

1 . p_1 = P($R>211$) = 1-P($R\leqslant 211$) = 1-0,9987 = 0,0013

p_1 = **P($R>211$) = 0,0013**

2 . L'intervalle de tolérance est : [195;205]

p_2 = P($195\leqslant R\leqslant 205$) = P($R\leqslant 205$) - P($R\leqslant 195$) = 0,9007 – 0,0580 = 0,8427

p_2 = P($195\leqslant R\leqslant 205$) = 0,8427

3 . On considère le schéma de Bernoulli suivant :
On prélève au hasard 1 composant de la production
succès **S :** le composant est accepté.

L'énoncé précise que P(**S**) = 0,84

échec $\bar{S}$ **:** le composant n'est pas accepté

P($\bar{S}$) = 1 – P(S) = 1 – 0,84 = 0,16

On prélève de manière **indépendante ,** 3composants de la production donc la loi de probabilité de la variable aléatoire égale au nombre de succès en 3 épreuves est la loi binomiale de paramètres:**3 et 0,84** et la probabilité d'obtenir exactement 2 succès en 3 épreuves est :

$$p=\binom{3}{2}\times 0,84^2\times 0,16=3\times 0,84^2\times 0,16=0,3387$$

p = 0,3387

