Exercice 4 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Dans cet exercice on étudie l'évolution de la dépense des ménages français en programmes audiovisuels (redevance audiovisuelle,billets de cinémas,vidéos...).

On note D_n la dépense des ménages en programmes audiovisuels, exprimée en milliards d'euros,

au cours de l'année1995+ n

année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
n	0	1	2	3	4	5	6	7
D_n	4,95	5,15	5,25	5,4	5,7	6,3	6,55	6,9

année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
n	8	9	10	11	12	13	14	15
D_n	7,3	7,75	7,65	7,79	7,64	7,82	7,89	8,08

Soit f la fonction définie,pour tout nombre réel x,par

$$f(x)=-0,0032x^3+0,06x^2+5$$

Pour tout entier n vérifiant $0 \leqslant n$ et $n \leqslant 20$,on décide de modéliser la dépense des ménages français en programmes audiovisuels exprimés en milliards d'euros,au cours de l'année 1995+n par le nombre f(n)

1. Calculer f(5)
2. Déterminer le pourcentage p,de l'erreur commise en remplaçant D_5 par f(5)
   (Le pourcentage d'erreur est obtenu par le calcul:p= $\frac{\textit{Valeur réelle} - \textit{Valeur estimée}}{\textit{Valeur réelle}}$
   et le résultat sera donné à 0,1 %près)
3. En utilisant la fonction f,quelle estimation de la dépense totale peut-on effectuer pour l'année 2013? (on arrondira le résultat au centième de milliard d'euros).
4. On veut utiliser la fonction f pour estimer la dépense moyenne des ménages entre le premier janvier 1995 et le premier janvier 2015.
   on calcule pour cela $M=\frac{1}{20}\int_0^{20} f(x)\,dx$
   a. Déterminer une primitive F de la fonction f de l'intervalle [0;20]
   b. Calculer M.

CORRECTION

1 . $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = -0{,}0032x^3 + 0{,}06x^2 + 5$

$f(5) = -0{,}0032 * 5^3 + 0{,}06 * 5^2 + 5$

$f(5) = 6{,}1$

2 . $p = \boxed{\dfrac{6{,}3-6{,}1}{6{,}3}} = \boxed{\dfrac{0{,}2}{6{,}3}} = \boxed{\dfrac{2}{63} \simeq 0{,}32} = \boxed{\dfrac{3{,}2}{100}}$

c'est à dire : **3,2 %**

3 . 2013 = 1995 + 18 donc n = 18

$f(18) = 5{,}78$

4 . a . $f(x) = -0{,}0032x^3 + 0{,}06x^2 + 5$

$$F(x) = -0{,}0032\ \frac{x^4}{4} + 0{,}06\ \frac{x^3}{3} + 5x$$

$F(x) = -0{,}0008x^4 + 0{,}02x^3 + 5x$

b . $\displaystyle\int_0^{20} f(x)\,dx = F(20) - F(0) = F(20) = 132$

$$M = \frac{1}{20}\int_0^{20} f(x)\,dx = \frac{132}{20} = 6{,}6$$

M = 6,6