

Exercice 1

5 points

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes. Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications. On admet que ces proportions restent stables.

PARTIE A

On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

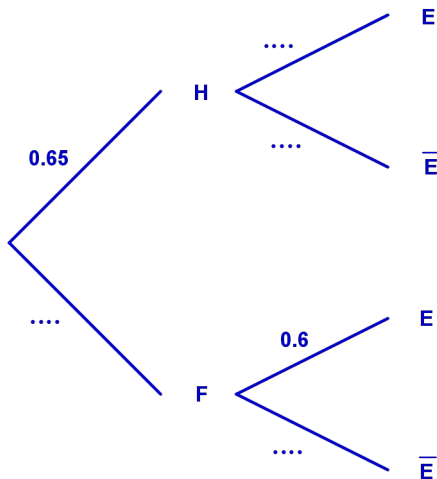
On note :

- . H l'événement « la personne choisie est un homme »
- . F l'événement « la personne choisie est une femme »
- . E l'événement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur »
- . \bar{E} l'événement contraire de E.

Rappel des notations :

Si A et B sont deux événements donnés, P(A) désigne la probabilité que l'événement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

1 . Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-dessous :



2 . a. Traduire par une phrase l'événement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.

b . Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.

c . Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? On donnera le résultat arrondi au centième.

PARTIE B

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.

Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.

On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.

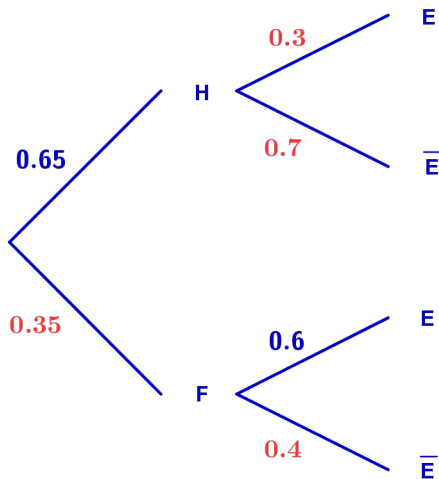
On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

- 1 . Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
- 2 . Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné.
(On donnera le résultat au centième)
- 3 . Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné.
(On donnera une valeur arrondie au dix millième)

CORRECTION

PARTIE A

1. L'énoncé précise que $P(H) = 0,65$ (donc $P(F) = P(\bar{H}) = 1 - 0,65 = 0,35$)
 et $P_H(E) = 0,3$ (donc $P_H(\bar{E}) = 1 - 0,3 = 0,7$)
 et $P_F(E) = 0,6$ (donc $P_F(\bar{E}) = 1 - 0,6 = 0,4$)
 On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. a. $E \cap F$: « La personne choisie est une femme et écoute les explications du démarcheur »

$$P(E \cap F) = P(F) \times P_F(E) = 0,35 \times 0,6 = 0,21$$

$$P(E \cap F) = \mathbf{0,21}$$

- b. En utilisant l'arbre pondéré ou le théorème des probabilités totales :

$$P(E) = P(E \cap H) + P(E \cap F)$$

$$P(E \cap H) = P(H) \times P_H(E) = 0,65 \times 0,3 = 0,195$$

$$\mathbf{P(E) = 0,195 + 0,21 = 0,405}$$

- c. On nous demande de calculer $P_E(H)$

$$P_E(H) = \frac{P(E \cap H)}{P(E)} = \frac{0,195}{0,405} = \frac{195}{405} \approx 0,48$$

$$P_E(H) = \mathbf{0,48}$$

PARTIE B

1. On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :

Un opérateur donné effectue un appel un jour donné.

Succès : S « La personne interrogée souscrit au nouveau forfait »

$P(S)$ est la probabilité de succès qui est égale à 0,12

Echec : \bar{S} « La personne interrogée ne souscrit pas au nouveau forfait »

$P(\bar{S})$ est la probabilité de l'échec qui est égale à $1 - 0,12 = 0,88$.

Dans l'énoncé on suppose que les 60 appels indépendants.

X est le nombre de succès en 60 épreuves de Bernoulli indépendantes donc **la loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres : $n = 60$ et $p = 0,12$.**

2 . On nous demande de calculer : $P(X = 5)$

$$P(X = 5) = \binom{60}{5} \times (0,12)^5 \times (0,88)^{55}$$

On obtient en utilisant la calculatrice

$$\boxed{P(X = 5) = 0,12}$$

3 . La probabilité que l'employé obtienne aucune souscription est : $0,88^{60}$

On obtient en utilisant la calculatrice : $0,88^{60} \simeq 0,0005$

La probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription est : $1 - 0,88^{60}$

$$1 - 0,88^{60} \simeq 0,9995$$