Exercice 4 4 points

On interroge des français de plus de 15 ans sur le nombre de langues étrangères qu'ils parlent « bien », c'est à dire qu'ils parlent suffisamment pour participer à une conversation. A l'issue du sondage, on observe que l'échantillon des personnes interrogées est partagé en trois catégories :

. 44 % des personnes interrogées ne parlent « bien » aucune langue étrangère.
. 28 % des personnes interrogées parlent « bien » une langue étrangère.
. 28 % des personnes interrogées parlent « bien » deux ou plus de deux langues étangères.

(d'après EUROBAROMETRE 64.3 Commission Européenne 2005)

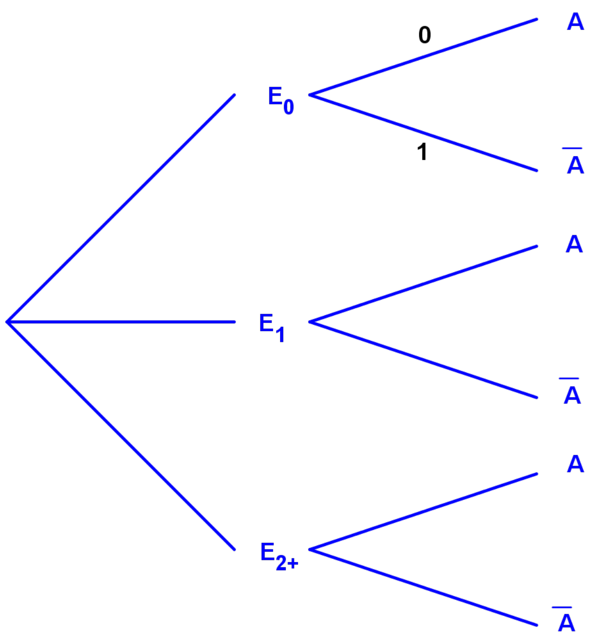
Ces trois catégorie seront désignés dans la suite du problème respectivement par L_0, L_1 et L_{2+}.
56 % des personnes de la catégorie L_1 citent l'anglais comme langue étrangère qu'elles parlent « bien ».
73 % des personnes de la catégorie L_{2+} citent l'anglais parmi les langues étrangères qu'elles parlent « bien ».

On choisit de manière aléatoire une personne de cet échantillon.

On note :
E_0 l'événement : « la personne ne parle bien aucune langue étrangère »,
E_1 l'événement : « la personne parle bien une langue étrangère »,
E_{2+} l'événement : « la personne parle bien deux ou plus de deux langues étrangères »,
A est l'événement ; « la personne parle bien l'anglais » et $\overline{A}$ l'événement contraire de A.

Rappel des notations :
Si A et B sont deux événements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'événement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'espérance aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés, éventuellement arrondis, au dix millième.

2. Calculer la probabilité que la personne choisie soit de la catégorie L_1 et qu'elle ne parle pas « bien » l'anglais.

3. Calculer la probabilité que la personne choisie ne parle pas « bien » l'anglais.

4. Calculer la probabilité que la personne soit de la catégorie L_{2+} sachant qu'elle parle « bien » l'anglais.

CORRECTION

1. 44 % des personnes interrogées ne parlent « bien » aucune langue étrangère donc $P(E_0)=0{,}44$.

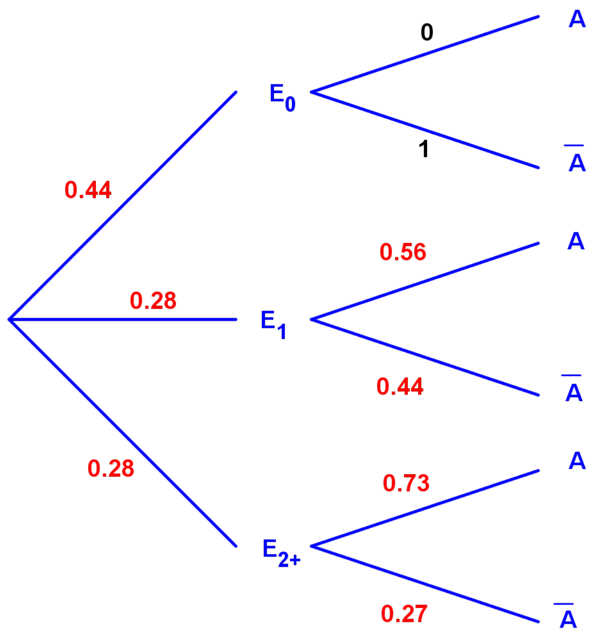
. 28 % des personnes interrogées parlent « bien » une langue étrangère donc $P(E_1)=0{,}28$.

. 28 % des personnes interrogées parlent « bien » deux ou plus langue étrangères donc $P(E_{2+})=0{,}28$.

. 56 % des personnes de la catégorie L_1 citent l'anglais comme langue étrangère qu'elles parlent « bien » donc $P_{E_1}(A)=0{,}56$ et $P_{E_1}(\bar{A})=1-P_{E_1}(A)=1-0{,}26=0{,}44$

. 73 % des personnes de la catégorie L_{2+} citent l'anglais parmi les langues étrangèrent qu'elles parlent « bien » donc $P_{E_{2+}}(A)=0{,}73$ et $P_{E_{2+}}(\bar{A})=1-P_{E_{2+}}(A)=1-0{,}73=0{,}27$

. On obtient l'arbre pondéré :



2. On nous demande de calculer $P(E_1\cap\bar{A})$

$P(E_1\cap\bar{A})=P(E_1)\times P_{E_1}(\bar{A})=0{,}28\times0{,}44=\mathbf{0{,}1232}$

3. On nous demande de calculer $P(\bar{A})$

En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales on obtient :

$P(\bar{A})=P(E_0\cap\bar{A})+P(E_1\cap\bar{A})+P(E_{2+}\cap\bar{A})=P(E_0)\times P_{E_0}(\bar{A})+P(E_1)\times P_{E_1}(\bar{A})+P(E_{2+})\times P_{E_{2+}}(\bar{A})$

$P(\bar{A})=0{,}44\times1+0{,}28\times0{,}44+0{,}28\times0{,}27=0{,}44+0{,}1232+0{,}0756=\mathbf{0{,}6388}$

4. On nous demande de calculer $P_A(E_{2+})$

$$P_A(E_{2+})=\frac{P(E_{2+}\cap A)}{P(A)}$$

$P(A)=1-P(\bar{A})=1-0{,}6388=0{,}3612$

$P(E_{2+}\cap A)=P(E_{2+})\times P_{E_{2+}}(A)=0{,}28\times0{,}73=0{,}2044$

$$P_A(E_{2+})=\frac{0{,}2044}{0{,}3612}=\mathbf{0{,}5659}$$