

Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Une agence de voyage propose des formules week-end à Londres au départ de Paris pour lesquelles le transport et l'hôtel sont compris. Les clients doivent choisir entre les deux formules : « avion+hôtel » ou « train + hôtel » et peuvent compléter ou non leur formule par une option « visites guidées »
Une étude a produit les données suivantes :

- . 40 % des clients optent pour la formule « avion+hôtel » et les autres pour la formule « train+hôtel » ;
- . parmi les clients ayant choisi la formule « train+hôtel », 50 % choisissent aussi l'option « visites guidées » ;
- . 12 % des clients ont choisi la formule « avion+hôtel » et l'option « visites guidées ».

On interroge au hasard un client de l'agence ayant souscrit à une formule week-end à Londres, on note :

A l'événement : le client interrogé a choisi la formule « avion+hôtel » ;

T l'événement : le client interrogé a choisi la formule « train+hôtel » ;

V l'événement : le client interrogé a choisi l'option « visites guidées ».

- 1.a. Quelle est la probabilité de l'événement : le client interrogé a choisi la formule « avion +hôtel » et l'option « visites guidées ».
 - b. Calculer la probabilité $P_A(V)$
 - c. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- 2.a. Montrer que la probabilité pour que le client interrogé ait choisi l'option « visites guidées » est égale à 0,42.
 - b. Calculer la probabilité pour que le client interrogé ait pris l'avion sachant qu'il n'a pas choisi l'option « visites guidées »
3. L'agence pratique les prix (par personne) suivants :
 - Formule « avion+hôtel » : 390 €
 - Formule « train+hôtel » : 510 €
 - Option « visites guidées » : 100 €Quel montant du chiffre d'affaires l'agence de voyage peut-elle espérer obtenir avec 50 clients qui choisissent un week-end à Londres ?

CORRECTION

1.a. 12 % des clients ont choisi la formule « avion+hôtel » et l'option « visites guidées ».

$$P(A \cap V) = 0,12$$

b. 40 % des clients optent pour la formule « avion+hôtel » et les autres « train+hôtel »

$$\text{donc } P(A) = 0,4 \text{ et } P(\bar{A}) = P(T) = 1 - 0,4 = 0,6$$

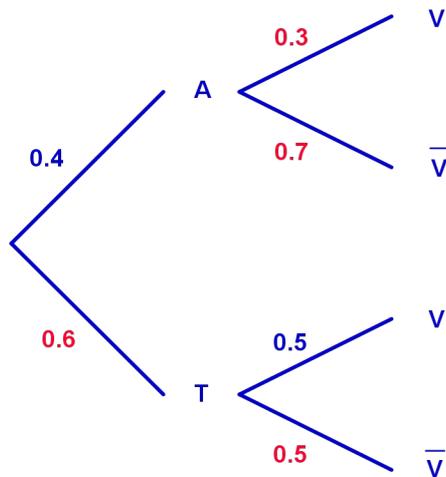
On nous demande de calculer $P_A(V)$

$$P_A(V) = \frac{P(A \cap V)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,4} = 0,3$$

c. $P_A(\bar{V}) = 1 - P_A(V) = 1 - 0,3 = 0,7$

Pour les clients ayant choisi la formule « train+hôtel », 50 % choisissent l'option « visites guidées » donc $P_T(V) = 0,5$ et $P_T(\bar{V}) = 1 - P_T(V) = 1 - 0,5 = 0,5$.

On obtient pour arbre pondéré :



2.a. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales :

$$P(V) = P(A \cap V) + P(T \cap V) = P(A) \times P_A(V) + P(T) \times P_T(V) = 0,4 \times 0,3 + 0,6 \times 0,5 = 0,12 + 0,3$$

$$P(V) = 0,42$$

b. On doit déterminer $P_{\bar{V}}(A)$

$$P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0,42 = 0,58$$

$$P_{\bar{V}}(A) = \frac{P(A \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{0,4 \times 0,7}{0,58} = \frac{28}{58} = \frac{14}{29} = 0,483$$

$$P_{\bar{V}}(A) = 0,483.$$

3. Soit C la variable aléatoire égale au prix en euros payé par client pour un week-end à Londres.

. Si le client choisit la formule « avion+hôtel » et ne choisit pas l'option « visites guidées » alors $C = 390$ €.

$$P(C=390) = P(A \cap \bar{V}) = 0,4 \times 0,7 = 0,28$$

. Si le client choisit la formule « avion+hôtel » et choisit l'option « visites guidées » alors

$$C = 390 + 100 = 490 \text{ €}$$

$$P(C=490) = P(A \cap V) = 0,12$$

. Si le client choisit la formule « train+hôtel » et ne choisit pas l'option « visites guidées » alors

$$C = 510 \text{ €}$$

$$P(C=510) = P(T \cap \bar{V}) = 0,6 \times 0,5 = 0,3$$

. Si le client choisit la formule « train+hôtel » et choisit l'option « visites guidées » alors

$$C = 510 + 100 = 610 \text{ €}$$

$$P(T \cap V) = 0,6 \times 0,5 = 0,3$$

On donne la loi de probabilité de la variable aléatoire C sous forme de tableau

C	390	490	510	610
$P(C=c_i)$	0.28	0.12	0.3	0.3

$E(C)$ l'espérance mathématique de C, est le prix moyen payé par un client.

$$E(C) = 390 \times 0,28 + 490 \times 0,12 + 510 \times 0,3 + 610 \times 0,3 = 504$$

$$E(C) = \mathbf{504}$$

Pour 50 clients, le montant du chiffre d'affaires que l'agence peut espérer est : $50 \times 504 = 25200 \text{ €}$