

Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité **5 points**

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause du midi ainsi que les rythmes scolaires.

L'enquête révèle que 55 % des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux qui souhaitent une pause plus longue, 95 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 10 % sont pour une répartition plus étalée sur l'année scolaire.

On choisit un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

- . I : L'élève choisi est favorable à une pause plus longue le midi ;
- . C : L'élève choisi souhaite une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer $P(L \cap C)$ la probabilité de l'événement $L \cap C$.
3. Montrer que $P(C) = 0,5675$.
4. Calculer $P_C(L)$, la probabilité de l'événement L sachant l'événement C réalisé. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.
 - a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
 - b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne soit favorable à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire. En donner une valeur arrondie à 10^{-4} .
 - c. Calculer la probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.

CORRECTION

1. L'énoncé précise :

$$P(L)=0,55 \text{ (55 \% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi)}$$

$$P(\bar{L})=1-0,55=0,45$$

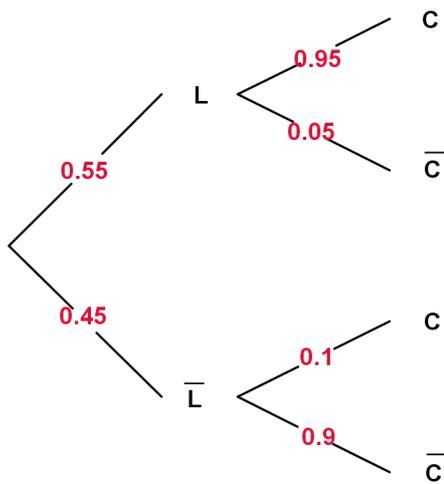
$P_L(C)=0,95$ (parmi les élèves qui souhaitent une pause plus longue le midi, 95 % sont pour une répartition plus étalée des cours.)

$$P_L(\bar{C})=1-0,95=0,05$$

$P_{\bar{L}}(C)=0,1$ (Parmi les élèves qui ne souhaitent pas une pause plus longue le midi, 10 % sont pour une répartition des cours plus étalée sur l'année scolaire.)

$$P_{\bar{L}}(\bar{C})=1-0,1=0,9$$

On obtient l'arbre pondéré suivant :



2. $P(L \cap C) = P(L) \times P_L(C) = 0,55 \times 0,95 = \mathbf{0,5225}$

3. En utilisant l'arbre pondéré ou la formules des probabilités totales

$$P(C) = P(L \cap C) + P(\bar{L} \cap C) = P(L) \times P_L(C) + P(\bar{L}) \times P_{\bar{L}}(C)$$

$$P(C) = 0,5225 + 0,45 \times 0,1 = 0,5225 + 0,045 = \mathbf{0,5675}$$

4. $P_C(L) = \frac{P(C \cap L)}{P(C)} = \frac{0,5225}{0,5675} \simeq 0,9207$

$$P_C(L) = \mathbf{0,9207} \text{ à } 10^{-4} \text{ près.}$$

5.a. On considère l'épreuve de Bernoulli :

On interroge au hasard un élève du lycée.

Le succès $S=C$ $P(S)=P(C)=0,5675$

L'échec $\bar{S}=\bar{C}$ $P(\bar{S})=P(\bar{C})=1-0,5675=0,4325$

b. La probabilité d'avoir 4 échecs est : $(0,4325)^4$

En utilisant la calculatrice, on obtient :

$$(0,4325)^4 \simeq \mathbf{0,0350}$$

c. La probabilité qu'exactement deux élèves soient favorables à une répartition des cours

plus étalée sur l'année scolaire est : $\binom{4}{2} \times 0,5625^2 \times 0,4325^2$

$$\binom{4}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

En utilisant la calculatrice, on obtient :

$$\binom{4}{2} \times 0,5675^2 \times 0,4325^2 \approx \mathbf{0,3615}.$$