Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Les parties A et B sont indépendantes

Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive.
Une enquête a montré que 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs.
De plus, parmi les élèves non fumeurs, 22,5 % sont inscrits à l'association sportive.
On choisit au hasard un élève de ce collège. On note :

. S l'événement : « l'élève choisit est inscrit à l'association sportive »
. F L'événement : « L'élève choisi est fumeur ».

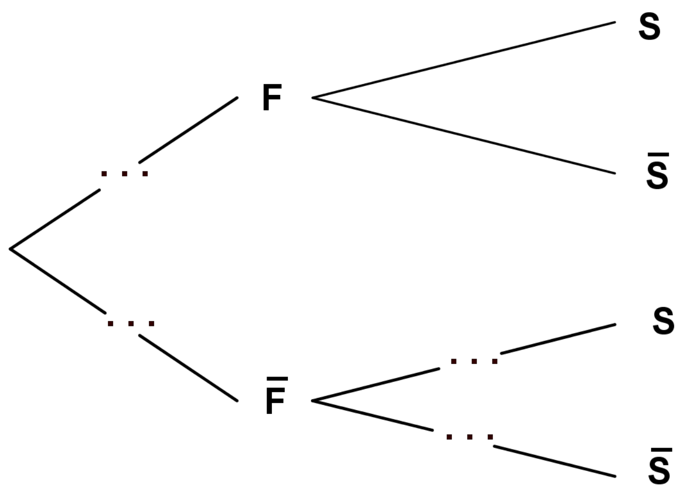
Rappel des notations :
Si A et B sont des événements,P(A) désigne la probabilité de l'événement A et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé.
On note $\bar{A}$ l'événement contaire de A.

Dans cet exercice, les résuitats seront arrondis au millième.

Partie A

1. D'après les données de l'énoncé, préciser les valeurs des probabilités $P(S)$ et $P_{\bar{F}}(S)$.

2. Recopier l'arbre ci-dessous et remplacer chacun des quatre pointillés par la probabilité correspondante.



3. Calculer la probabilité de l'événement $\bar{F}\cap\bar{S}$ et interpréter le résultat.

4. On choisit au hasard un élève parmi ceux inscrit à l'association sportive. Calculer la probabilité que cet élève soit non fumeur.

5. On choisit au hasard un élève parmi les élèves fumeurs. Montrer que la probabilité que cet élève soit inscrit à l'association sportive est de 0,101.

Partie B

Une loterie, à laquelle tous les élèves du collège participent, est organisée pour la journée anniversaire de la création du collège. Quatre lots sont offerts. On admet que le nombre d'élèves est suffisamment grand pour que cette situation soit assimilée à un tirage avec remise.

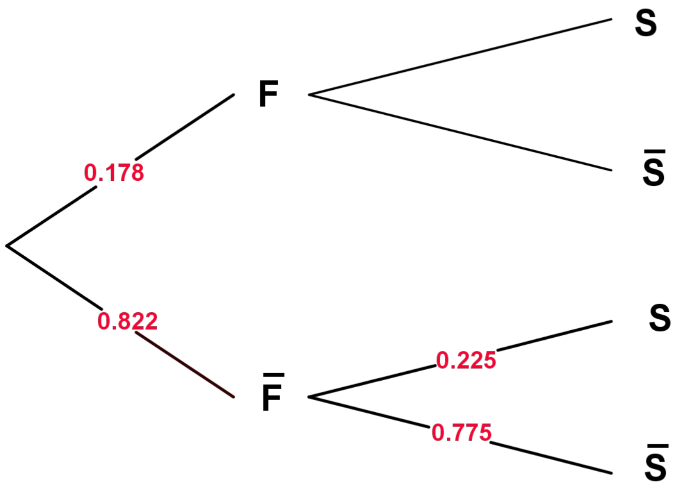
On rappelle que 20,3 % de l'ensemble es élèves sont inscrits à l'association sportive.
En justifiant la démarche, calculer la probabilité que parmi les quatres élèves gagnants, il y ait au moins un qui soit inscrit à l'association sportive.

CORRECTION

Partie A

1. « Dans un grand collège, 20,3 % des élèves sont inscrits à l'association sportive »
donc $P(S)=0{,}203$.
« Parmi les élèves, non fumeurs, 22,5 % sont inscrit à l'association sportive »
donc $P_{\bar{F}}(S)=0{,}225$

2. « 17,8 % des élèves de ce collège sont fumeurs »
donc $P(F)=0{,}178$
et $P(\bar{F})=1-0{,}178=0{,}822$
et $P_{\bar{F}}(\bar{S})=1-P_{\bar{F}}(S)=1-0{,}225=0{,}775$
On considère l'arbre pondéré suivant :



3. $P(\bar{F}\cap S)=P(\bar{F})\times P_{\bar{F}}(S)=0{,}812\times 0{,}225=0{,}185$

4. On nous demande de calculer : $P_S(\bar{F})$
or $P_S(\bar{F})=\dfrac{P(S\cap\bar{F})}{P(S)}=\dfrac{0{,}185}{0{,}203}=0{,}911$

5. On nous demande de calculer : $P_F(S)$
or $P_F(S)=\dfrac{P(S\cap F)}{P(F)}$
En utilisant la formule des probabilités totales on obtient :
$P(S)=P(S\cap F)+P(S\cap\bar{F})$
or $P(S)=0{,}203$ et $P(S\cap\bar{F})=0{,}185$
donc $P(S\cap F)=0{,}203-0{,}185=0{,}018$
et $P_F(S)=\dfrac{0{,}018}{0{,}203}=\dfrac{18}{203}=0{,}101$

Partie B

On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :
On tire on hasard un élève du collège
succès S : « l'élève est inscrit à l'association sportive » et $P(S)=0{,}203$
échec $\bar{S}$: « l'élève n'est pas inscrit à l'association sportive » et $P(\bar{S})=0{,}797$.

On effectue successivement quatre tirage que l'on suppose indépendants (on peut supposer les tirages effectués avec remise).
On obtient un schéma de bernoulli de paramètres 4 et 0,203.
La loi de probabilité de la variable aléatoire X égale au nombre de succès en quatre épreuves est la loi binomiale de paramètres 4 et 0,203.
Soit E l'événement : « Parmi les quatre gagnants il y a au moins un qui soit inscrit à l'association sportive ».
$\bar{E}$: « aucun des quatre gagnants est inscrit à l'association sportive »
$P(\bar{E})=(1-0{,}203)^4=0{,}797^4=0{,}403$
$P(E)=1-P(\bar{E})=1-0{,}403=0{,}597$