

Exercice 1

5 points

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 6x^2$ est convexe sur l'intervalle :
- a. $]-\infty; +\infty[$ b. $[-2; +\infty[$ c. $]-\infty; -2]$ d. $[-6; +\infty[$
2. Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = (x-2)e^x$. L'équation $g(x) = 0$ admet sur \mathbb{R} .
- a. aucune solution b. une seule solution
c. exactement deux solutions d. Plus de deux solutions
3. On pose $I = \int_0^1 -2x e^{-x^2} dx$. La valeur de I est :
- a. $1 - e^{-1}$ b. $e^{-1} - 1$ c. $-e^{-1}$ d. e^{-1}
4. La fonction h est définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = (2x+4) \ln x$
On note h' la fonction dérivée de la fonction h .
Pour tout nombre x de l'intervalle $]0; +\infty[$, $h'(x)$ est égale à :
- a. $\frac{2}{x}$ b. $2 \ln x + \frac{4}{x}$ c. $\frac{2x+4}{x}$ d. $2 \ln x + \frac{2x+4}{x}$
5. Le prix d'une action a augmenté chaque mois de 5 % et cela pendant 3 mois consécutifs. Globalement, le prix de l'action a été multiplié par :
- a. $1,05^3$ b. 1,15 c. $3 \times 1,05$ d. 1,45

CORRECTION
1. Réponse : b

justification (non demandée)

Pour tout réel x $f(x) = x^3 + 6x^2$

f est une fonction polynôme donc deux fois dérivable sur \mathbb{R} .

$$f'(x) = 3x^2 + 6 \times 2x = 3x^2 + 12x$$

$$f''(x) = 6x + 12$$

f , étant deux fois dérivable sur \mathbb{R} , est convexe sur un intervalle si et seulement si f'' est positive ou nulle sur cet intervalle.

$$f''(x) \geq 0 \Leftrightarrow 6x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$$

donc f'' est positive ou nulle sur l'intervalle $[-2; +\infty[$ donc f est convexe sur cet intervalle.

2. Réponse : b

justification (non demandée)

Pour tout nombre réel x $g(x) = (x-2)e^x$ et $e^x > 0$

donc $g(x) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

conclusion

2 est l'unique solution de l'équation $g(x) = 0$.

3. Réponse : b

$$I = \int_0^1 -2x e^{-x^2} dx$$

Justification (non demandée)

Pour tout nombre réel x , on pose $f(x) = -2x e^{-x^2}$, f est continue sur \mathbb{R} .

$$u(x) = -x^2 \quad u'(x) = -2x$$

$$f(x) = u'(x) e^{u(x)}$$

donc la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = e^{u(x)} = e^{-x^2}$ est une primitive de f sur \mathbb{R} .

et $I = F(1) - F(0) = e^{-1} - e^0 = e^{-1} - 1$

4. Réponse : d

Justification (non demandée)

x est un nombre réel strictement positif.

$$h(x) = (2x+4) \ln x = u(x) \times v(x)$$

$$u(x) = 2x+4 \quad u'(x) = 2$$

$$v(x) = \ln x \quad v'(x) = \frac{1}{x}$$

On dérive un produit

$$h'(x) = 2 \ln x + (2x+4) \times \frac{1}{x} = 2 \ln x + \frac{2x+4}{x}$$

5. Réponse : a

Justification (non demandée)

Le prix de l'action augmente de 5 % chaque mois donc le coefficient multiplicateur est : $1 + \frac{5}{100} = 1,05$ pour un mois.

Pour 3 mois consécutifs : $1,05 \times 1,05 \times 1,05 = 1,05^3$