

**Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points**

Une enquête a été réalisée auprès des élèves d'un lycée afin de connaître leur sensibilité au développement durable et leur pratique du tri sélectif.

L'enquête révèle que 70 % des élèves sont sensibles au développement durable, et parmi ceux qui sont sensibles au développement durable, 80 % pratiquent le tri sélectif.

Parmi ceux qui ne sont pas sensibles au développement durable, on trouve 10 % qui pratiquent le tri sélectif.

On interroge un élève au hasard dans le lycée. On considère les événements suivants :

S : L'élève interrogé est sensible au développement durable.

T : L'élève interrogé pratique le tri sélectif.

Les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$ .

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève interrogé soit sensible au développement durable et pratique le tri sélectif.
3. Montrer que la probabilité  $P(T)$  de l'événement T est 0,59.
4. On interroge un élève qui ne pratique pas le tri sélectif.  
Peut-on affirmer que les chances qu'il se dise sensible au développement durable sont inférieures à 10 %?
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves de l'établissement.  
Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves pratiquant le tri sélectif parmi les quatre élèves interrogés.  
Le nombre d'élèves de l'établissement est suffisamment grand pour que l'on considère que X suit une loi binomiale.
  - a. Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
  - b. Calculer la probabilité qu'aucun des quatre élèves interrogés ne pratique le tri sélectif.
  - c. Calculer la probabilité qu'au moins deux des quatre élèves interrogés pratiquent le tri sélectif.

**CORRECTION**

1. L'énoncé précise :

. 70 % des élèves sont sensibles au développement durable donc  $P(S)=0,7$ .

Conséquence :  $P(\bar{S})=1-0,7=0,3$ .

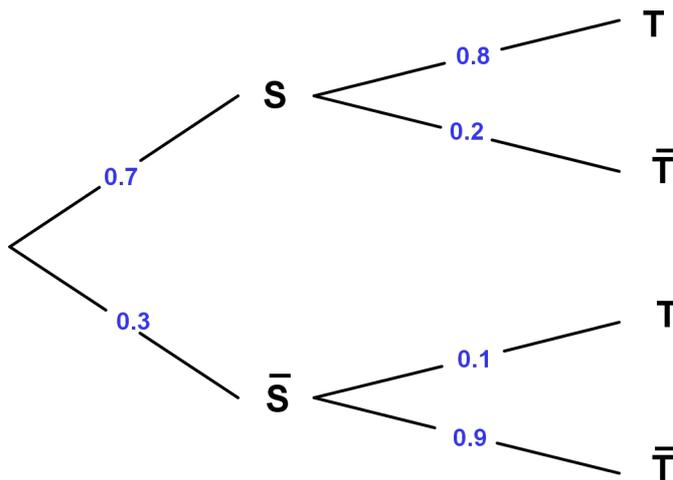
. 80 % des élèves sensibles au développement durable pratiquent le tri sélectif donc  $P_S(T)=0,8$ .

Conséquence :  $P_S(\bar{T})=1-0,8=0,2$

. 10 % des élèves non sensibles au développement durable pratiquent le tri sélectif donc  $P_{\bar{S}}(T)=0,1$ .

Conséquence :  $P_{\bar{S}}(\bar{T})=1-0,1=0,9$ .

On construit l'arbre pondéré décrivant la situation



2. On nous demande de calculer :  $P(S \cap T)$

3. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales, on obtient

$$P(S) = P(S \cap T) + P(\bar{T} \cap S) = 0,56 + P(\bar{T}) \times P_S(T) = 0,56 + 0,3 \times 0,1 = 0,59$$

4.  $P_{\bar{T}}(S)$  est la probabilité qu'un élève ne pratiquant pas le tri sélectif soit un élève sensible au développement durable.

$$P_{\bar{T}}(S) = \frac{P(\bar{T} \cap S)}{P(\bar{T})} \quad P(\bar{T}) = 1 - P(T) = 1 - 0,59 = 0,41 \quad P(\bar{T} \cap S) = P(S) \times P_S(\bar{T}) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$$

$$P_{\bar{T}}(S) = \frac{0,14}{0,41} = \frac{14}{41} = 0,34 \text{ à } 10^{-2} \text{ près}$$

Donc on peut affirmer que les chances que l'élève (qui pratique le tri sélectif) soit sensible au développement durable sont de 34 % donc ne sont pas inférieures à 10 %.

5. Epreuve de Bernoulli :

On interroge un élève au hasard

Succès : T « l'élève pratique le tri sélectif »  $P(T)=0,59$

Echec :  $\bar{T}$  « l'élève ne pratique pas le tri sélectif »  $P(\bar{T})=0,41$ .

On réalise quatre épreuves successives et indépendantes (énoncé) et X est la variable aléatoire égale au nombre de succès en quatre épreuves.

a. La loi de probabilité de X est la loi binomiale de paramètres 4 et 0,59.

b. On demande de calculer  $P(X=0)$

$$P(X=0) = \binom{4}{0} 0,59^0 \times 0,41^4 = 0,41^4 = 0,03 \text{ à } 10^{-2} \text{ près (en utilisant la calculatrice).}$$

c. On nous demande de calculer  $P(X \geq 2)$

On considère l'événement contraire

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2)$$

$$P(X < 2) = P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$$P(X = 1) = \binom{4}{1} 0,59^1 \times 0,41^3 = 4 \times 0,59 \times 0,41^3 = 0,16 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

$$P(X \geq 2) = 1 - 0,16 - 0,003 = 0,81$$