

Exercice 1

5 points

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. Soit la fonction  $f$  définie sur  $]1;100]$  par  $f(x)=200 \ln(x)+10x$ ,  $f'(x)$  désigne la fonction dérivées de  $f$ . On a :

- a.  $f'(x)=200+\frac{1}{x}$       b.  $f'(x)=\frac{200}{x}+10$       c.  $f'(x)=200+10x$       d.  $f'(x)=\frac{200}{x}+10x$

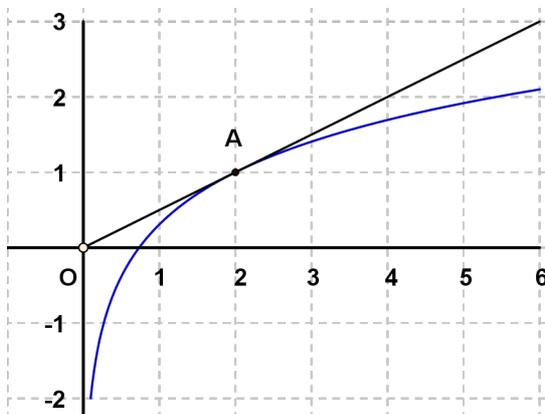
2. On note  $L$  une primitive sur  $]0;+\infty[$  de la fonction  $\ln$ . Cette fonction  $L$  est :

- a. croissante puis décroissante  
 b. décroissante sur  $]0;+\infty[$   
 c. croissante sur  $]0;+\infty[$   
 d. décroissante puis croissante

3. La fonction  $g$  définie sur  $]0;+\infty[$  par  $g(x)=x-\ln(x)$  est :

- a. convexe sur  $]0;+\infty[$   
 b. concave sur  $]0;+\infty[$   
 c. ni convexe ni concave sur  $]0;+\infty[$   
 d. change de convexité sur  $]0;+\infty[$

4. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $h$  définie et dérivable sur  $]0;+\infty[$  ainsi que sa tangente au point  $A$  d'abscisse 2. par lecture graphique, on peut conjecturer que :



- a.  $h'(2)=2$       b.  $h'(2)=\frac{1}{2}$       c.  $h'(2)=0$       d.  $h'(2)=1$

5. La variable aléatoire  $X$  suit une loi normale d'espérance  $\mu=0$  et d'écart type  $\sigma$  inconnu mais on sait que  $P(-10 < X < 10)=0,8$ . On peut en déduire :

- a.  $P(X < 10)=0,1$       b.  $P(X < 10)=0,2$       c.  $P(X < 10)=0,5$       d.  $P(X < 10)=0,9$

**CORRECTION**

**1. Réponse : b**

*Justifications non demandées*

Pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[1;100]$

$$f(x) = 200 \ln(x) + 10x$$

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad (10x)' = 10$$

on obtient  $f'(x) = 200 \times \frac{1}{x} + 10 = \frac{200}{x} + 10$  donc réponse : b

**2. Réponse : d**

*Justifications non demandées*

$L$  est une primitive de  $\ln$  sur  $]0;+\infty[$  donc  $L'(x) = \ln(x)$ .

Le signe de  $\ln(x)$  détermine les variations de  $L$  sur  $]0;+\infty[$ .

Si  $0 < x < 1$  alors  $\ln(x) < 0$  et  $L$  est décroissante sur  $]0;1[$ .

Si  $1 \leq x$  alors  $0 \leq \ln(x)$  et  $L$  est croissante sur  $]1;+\infty[$ .

$L$  est décroissante puis croissante donc réponse : d.

**3. Réponse : a**

*Justifications non demandées*

Pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $]0;+\infty[$ ,  $f(x) = x - \ln(x)$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} \quad \text{et} \quad f''(x) = \frac{1}{x^2} > 0$$

$f$  est convexe sur  $]0;+\infty[$  donc réponse : a.

**4. Réponse : b**

*Justifications non demandées*

$h'(2)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de  $A$  au point d'abscisse 2.

Par lecture graphique : cette tangente passe par les points  $O(0;0)$  et  $A(2;1)$ .

$$h'(2) = \frac{y_A - y_O}{x_A - x_O} = \frac{1 - 0}{2 - 0} = \frac{1}{2} \quad \text{donc réponse : b.}$$

**5. Réponse : d**

*Justifications non demandées*

$X$  suit une loi normale de moyenne  $\mu=0$  et  $P(-10 < X < 10) = 0,8$ .

$$P(X \leq -10) = P(10 \leq X) = \frac{1}{2}(1 - 0,8) = 0,1 \quad \text{et} \quad P(X < 10) = 1 - P(10 \leq X) = 1 - 0,1 = 0,9$$

donc réponse : d.

On donne une figure pour visualiser ces résultats.

