Exercice 2 Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité 5 points

Un supermarché dispose d'un stock de pommes. On sait que 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.
Il a été constaté que 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisabies. La proportion de pommes commercialisables est de 95 % pour le fournisseur B.
Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock.
On considère les événements suivants :
A : « La pomme provient du fournisseur A ».
B : « La pomme provient du fournisseur B ».
C : « La pomme est commercialisable ».

Partie A

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation
2. Montrer que la probabilité que la pomme ne soit pas commercialisable est 0,09.
3. La pomme choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois plus de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Pour les parties B et C, on admet que la proportion de pommes non consommables est 0,09 et quand nécessaire on arrondira les résultats au millième.

Partie B

On prend au hasard 15 pommes dans le stock. Le stock est suffisamment important pour qu'on puis-se assimiler ce prélévement à un tirage aléatoire avec remise.

1. Quelle est la probabilité que les 18 pommes soient toutes commercialisables ?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 14 pommes soient commercialisables ?

Partie C

Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 200 pommes.
Il s'aperçoit que 22 pommes ne sont pas commercialisables.
Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ?

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

CORRECTION

Partie A

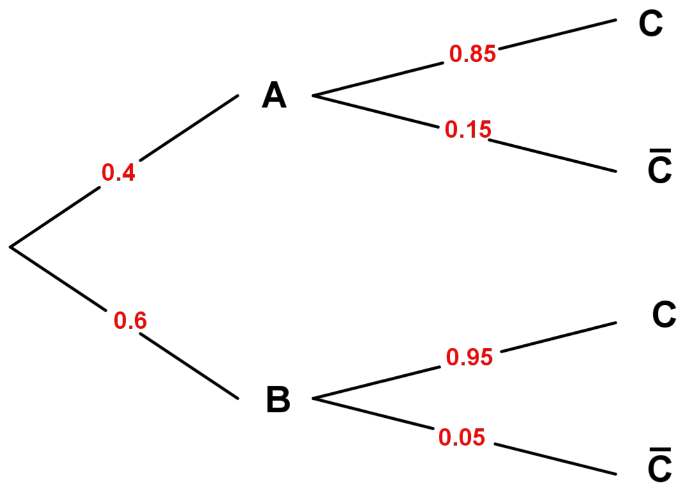
1. L'énoncé précise :

. « 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B »
On obtient : $P(A)=0{,}4$ et $P(B)=1-P(A)=1-0{,}4=0{,}6$.

. « 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables ».
On obtient : $P_A(C)=0{,}85$ et $P_A(\bar{C})=1-P_A(C)=1-0{,}85=0{,}15$.

. « La proportion de pommes commercialisables est 95 % pour le fournisseur B ».
On obtient : $P_B(C)=0{,}95$ et $P_B(\bar{C})=1-P_B(C)=1-0{,}95=0{,}05$.

. On construit l'arbre pondéré suivant :



2. En utilisant l'arbre pondéré ou la formule des probabilités totales

$P(\bar{C})=P(A\cap\bar{C})+P(B\cap\bar{C})=P(A)\times P_A(\bar{C})+P(B)\times P_B(\bar{C})=0{,}4\times 0{,}15+0{,}6-0{,}05=0{,}06+0{,}03$

$P(\bar{C})$ = **0,09.**

3. $P_{\bar{C}}(A)=\dfrac{P(A\cap\bar{C})}{P(\bar{C})}=\dfrac{0{,}06}{0{,}09}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$

$P_{\bar{C}}(B)=\dfrac{P(B\cap\bar{C})}{P(\bar{C})}=\dfrac{0{,}03}{0{,}09}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

Le responsable des achats à raison, il y a deux fois plus de chance, qu'une pomme non commercialisable provienne du fournisseur A, que du fournisseur B.

Partie B

On considère l'épreuve de Bernoulli suivante :
On choisit une pomme au hasard du stock du magasin.
Succès S « La pomme est commercialisable » $P(S)=1-0{,}09=0{,}91$
Echec $\bar{S}$ « la pomme n'est pas commercialisable » $P(\bar{S})=0{,}09$
On considère 15 tirages « avec remise » c'est à dire on considère les tirages indépendants.
On obtient un schéma de bernoulli de paramètres n = 15 et p = 0,91.
La loi de probabilité de la variable aléatoire égale au nombre de succès en 15 épreuves est la loi binomiale de paramètres n = 15 et p = 0,091.

1. On nous demande de calculer $P(X=15)$

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés

$P(X=15)=0{,}91^{15}$ $= \mathbf{0{,}243}$ à 10^{-3} près

2. On nous demande de calculer $P(14\leqslant X)$

$P(14\leqslant X)=P(X=14)+P(X=15)$

$P(X=14)=\binom{15}{14}\times 0{,}91^{14}\times 0{,}09^{1}=15\times 0{,}09\times 0{,}91^{14}$

$P(X=14)$ $= \mathbf{0{,}361}$ à 10^{-3} près.

$P(14\leqslant X)=0361+0{,}243$ $= \mathbf{0{,}604}$

Partie C

La proportion de pommes non commercialisables est : 0,09.

La taille de l'échantillon est 200

$n=200\geqslant 30$; $n\,p=200\times 0{,}09=18\geqslant 5$; $n(1-p)=200\times 0{,}91=182\geqslant 5$

On considère un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %

$I=\left[0{,}09-1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}09\times 0{,}91}{200}}\,;0{,}09+1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}09\times 0{,}91}{200}}\right]$

En utilisant la calculatrice

$1{,}96\times\sqrt{\frac{0{,}09\times 0,\times 1}{200}}=0{,}040$ à 10^{-3} près

$I=[0{,}05\,;0{,}13]$

La proportion obtenue dans l'échantillon est : $f=\frac{22}{200}=0{,}11$

f appartient à l'intervalle I.

Le résultat est conforme à ce que l'on pouvait attendre.

Copyright ® meilleurenmaths.com. Tous droits réservés